

PRESIDENCIA DE LA NACION  
MINISTERIO DE ASUNTOS TECNICOS

# METEOROS

82 / LXXIV

## SUMARIO

EDITORIAL .....	127
ADOLFO A. MARCHETTI.—Probabilidad de las lluvias intensas en la ciudad de Buenos Aires .....	131
OTTO SCHNEIDER.—Rastros de un efecto lunar no eliminado en los índices $k$ de actividad geomagnética .....	135
G. DEDEBANT, R. DI MAIO y E. A. M. MACHADO.—Las funciones aleatorias y su aplicación a la meteorología .....	140
EMILIO A. M. MACHADO.—Los procesos estocásticos de la radiación cósmica GEORGES DEDEBANT.—La circulación del aire en la República Argentina (Historia de una investigación científica) .....	174
PÉLIX ALBANI.—La modificación artificial de la precipitación .....	247
NOTAS Y COMENTARIOS: W. SCHWERTFEGER.—La exactitud como problema en el radiosondeo .....	276
CRÓNICA .....	279
ACTUALIDADES .....	282
RESEÑAS BIBLIOGRÁFICAS .....	285

II AÑO III N.º 2-3 METEOROS Abril-Sept 1953 II

DIRECCION GENERAL  
DEL  
SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL  
PASEO COLON 317 — BUENOS AIRES  
(REPUBLICA ARGENTINA)

Precio  
del ejemplar:  
10 pesos m/n

PALUMBO  
BS. AIRES

REVISTA DE METEOROLOGIA Y GEOFISICA  
PUBLICADA POR EL  
SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL  
BUENOS AIRES — (REPUBLICA ARGENTINA)

AÑO III

ABRIL - SEPTIEMBRE, 1953

N.º. 2-3

*M*ETEOROS, órgano de expresión científica del Servicio Meteorológico Nacional, se publica con el alto auspicio del Excmo. señor Presidente de la Nación, General Don Juan D. Perón, como contribución de la Nueva Argentina al progreso de la ciencia y la técnica en los campos especializados de la Meteorología y la Geofísica.

METEOROS  
AÑO III      N<sup>os</sup>. 2-3

# METEOROS

REVISTA TRIMESTRAL DE METEOROLOGIA Y GEOFISICA  
DEL SERVICIO METEOROLOGICO NACIONAL. BUENOS AIRES

—●—  
*La responsabilidad por los artículos firmados corresponde a sus autores. La Dirección se reserva el derecho de aceptar originales y el de darles orden de publicación. La propiedad intelectual queda protegida por la ley 11.723. Reg. Prop. Int.: 347.584.*

AÑO III

ABRIL-SEPTIEMBRE, 1953

Nº. 2-3

## FUNCIÓN DE LA AFECTIVIDAD EN LA INVESTIGACIÓN

*EN el campo de la investigación científica es notorio que las ideas y los principios son obra común de dos causas interdependientes: sensible la una, cual es el conjunto de los datos que los sentidos presentan al entendimiento acerca de los objetos materiales singulares, externos al espectador; innata, suprasensible y activa, la otra, que elabora esos datos y extrae de ellos lo esencial, lo universal. Este proceso explica la universalidad de lo inteligible a la vez que la objetividad real de las ideas. De tal modo poseemos el conocimiento, la ciencia de lo real. Es éste el papel de la inteligencia en su característica operación de leer en las cosas, de ahondar en los seres, de abstraer y expresar sus leyes.*

*Pero la mente, para aplicarse con sistema a un objeto, exige un acto de la voluntad, tanto más difícil y sostenido cuanto más árido y complejo es el ser o fenómeno sujeto a inquisición. Esto nos lleva a reflexionar sobre la importancia que ejerce la vida afectiva en la psicología del científico, y la que puede obrar en el porvenir promisorio que se espera del Segundo Plan Quinquenal en los puntos que afectan al adelanto de la Meteorología y la Geofísica (Cap. VI).*

Asociadas, en efecto, a las operaciones de pura intelección vemos actuar a toda la gama de las tendencias del individuo, temperamentales o adquiridas, a esas mismas inclinaciones que desde hace milenios los antiguos nos han recordado como pasiones en el sentido amplio y noble de la palabra. El querer, el tender hacia algo, el amor a la verdad, tienen en este sector de la relación humana con su contorno vivo o impersonal, el primer puesto. El amor, científica y enfáticamente pronunciado, mueve aquí al intelecto a develar lo esencial tras la cubierta fenomenológica con que la naturaleza se complace en presentar lo desconocido.

La esperanza, otro vector de la vida afectiva, sigue de cerca al amor a descubrir lo ignorado. En la búsqueda, el científico nato siente actuar a su psiquis con la vehemente seguridad del hombre en plenitud. El objeto de la esperanza es un bien futuro que aparece difícil pero posible de alcanzar. Todo cuanto hace posible la cosa, da origen a la esperanza. Alienta, sobre todo, a los espíritus jóvenes no importa si enraizados en cuerpos maduros, espíritus que viven más en el porvenir que en el presente y a quienes el propio ardor empuja a cosas difíciles, cosas que parecen tanto más asequibles cuanto mayor es la inexperiencia de los obstáculos. Nacida de la noble tendencia del amor hacia un bien adecuado, la esperanza crea inmediato afecto hacia todo lo conexo con ese bien y con su adquisición o contemplación. Exalta, como ninguna otra fuente anímica, nuestra actividad, porque a la idea que nos adelanta de una próxima liberación de la ignorancia respecto al bien investigado y querido, sigue un placer frutivo favorable a la acción. Como vectores opuestos, a quien no alienta la esperanza le invaden la tristeza y la atonía.

El temor, a su vez, concierne a un mal futuro próximo que se presenta difícil de evitar e imposible de dominar si sobreviene. Es tanto más vivo cuanto mayor nos parece el mal y más débiles nos sentimos. Tiene por causas el afecto al bien adquirido que se teme perder, sean el prestigio, el tiempo u otros valores, y la conciencia de la falta de fuerzas que nos torna impotentes frente a la dificultad por afrontar. Se presenta sorpresivamente aun al investigador más confiado en su talento, su memoria y su experiencia, y suele repetirse con insis-

tencia en los largos procesos de investigación. El temor inhibe. Sintiendo débil frente a la insolubilidad del problema quisiera el hombre restringir las ambiciones, angostar el campo de acción. Alguien ha acertado a decir que el individuo, acosado por el temor, actúa como las antiguas ciudades: concentrando toda su actividad en el interior de sus murallas. Tiene, sin embargo, el temor la ventaja de mover a pedir consejo a otros — cuando estos otros existen y se puede — a fin de hallar una salida a nuestra perplejidad científica. Nace de aquí una eficacia psicológica propicia a la cooperación en equipo, a la cual convendría, con todo, llegar por vía de afecto y no de temor. Cuando el temor no llega a inhibir por lo sorpresivo e intenso, ofrece el beneficio de impulsar a obrar con mayor atención y cuidado. Es uno de los valiosos constitutivos del difícil don de prudencia, tan alabado por los sabios auténticos de todas las épocas.

Nace la audacia, a su turno, de la esperanza ardiente de conseguir un bien difícil. Mueve a atacar con vigor el mal potencial que podría frustrar dicho bien. Es, en este sentido, lo contrario del temor. De ahí que causa de audacia sea todo aquello que pueda dar esperanzas, como el poseer una inteligencia superior, experiencia de las dificultades, recursos abundantes, colaboración segura, y todo lo susceptible de disipar el temor, como el ignorar los obstáculos emergentes del proceso de investigación. La audacia se manifiesta, sobre todo, al principio de la obra, cuando no se han revelado aún las dificultades mayores. A medida que esto acontece, el que es sólo audaz va apocándose. Como contrafigura típica del audaz la historia y la actualidad se complacen en presentar al prudente y perseverante, que con no menor vitalidad y entusiasmo que aquél se ajusta a la realidad de circunstancias, fines y medios.

En resumen: talento y amor, esperanza y temor, audacia y prudencia, se fusionan en mayor o menor proporción en todo científico y contribuyen a determinar su ecuación personal afectiva frente al objeto de conocimiento. A igualdad de talento y de objeto perseguido, son estos resortes psíquicos y variables en intensidad los que marcan las grandes diferencias en el campo operativo. Y determinan, como extremos, en algunos científicos el pesimismo frustrante, en otros un

optimismo exagerado. Es el caso de pedirles a los primeros que cambien a tiempo de actitud, y a los segundos, que ajusten la extrapolación de sus entusiasmos.

En el Segundo Plan Quinquenal confiamos en la cooperación y el triunfo de los mejores, vale decir, de aquellos que obran a la luz de la razón con amor y esperanza, sin dejarse arrastrar por vanos espezismos. Son los que servirán con acierto, sin duda, a las exigencias del quehacer científico y a las necesidades futuras de la generosa Patria nuestra.

La presente edición de METEOROS cubre el segundo y tercer trimestres del año 1953.

551.577.37(821.1) : 551.509.33

## PROBABILIDAD DE LAS LLUVIAS INTENSAS EN LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

Por ADOLFO A. MARCHETTI \*

Resumen.— Se estudia la probabilidad de las lluvias intensas de corta duración en la ciudad de Buenos Aires con una serie de datos pluviográficos de 30 años (1921-1950) registrados en el Observatorio Central. Se han considerado períodos de duración de 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90 y 120 minutos. Este trabajo puede considerarse complementario del publicado en "Meteoros", Año II, Nos. 1-2, página 7.

Los resultados obtenidos se representan en un gráfico de probabilidad en el cual se ha trazado una recta para cada uno de los períodos de duración. Con estas rectas es posible determinar el valor probable de la intensidad de precipitación de un período determinado que puede producirse una vez cada cierto número de años.

Summary.— In this work is studied the probability of the intense rainfalls of short duration in the city of Buenos Aires, based on data from the rain gauge installed in the Central Observatory, of Buenos Aires, during a period of 30 years (1921-1950). Periods duration of 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90 and 120 minutes were considered. We can take this work as a complement of that which appeared in "Meteoros", Año II, Nos. 1-2, 7th page.

The results obtained are showed in probable graphic, in which is traced a line for each duration period. With these lines is possible to determine the probable value of the intensity of precipitation of a determined period which may produce it one time in a certain period of years.

### MÉTODO

El estudio de las lluvias intensas publicado por el autor en esta misma revista <sup>1</sup> abarca la frecuencia de los casos registrados durante 30 años (1921-1950) en el Observatorio Central de la Ciudad de Buenos Aires, obteniendo curvas representativas de intensidad y cantidad de lluvia en función del tiempo para frecuencias de 1, 2, 3, 4, etc., veces por año con intervalos de tiempo de 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90 y 120 minutos de duración.

El presente trabajo, complementario del anterior y realizado con los mismos datos de registro, estudia la probabilidad de las lluvias intensas correspondientes a los mismos intervalos de tiempo.

Para predecir fenómenos naturales se emplean procedimientos lógicos que consisten en basar la predicción en los record de datos registrados. La aplicación de estos procedimientos para la determinación de intensidades máximas de precipitación que pueden producirse con cualquier frecuencia, permite obtener resultados aceptables siempre que existan series largas de datos registrados en los que se pueda apoyar la determinación, y que no haya habido interrupciones importantes en los períodos de registro. Tales procedimientos de probabilidad se aplican frecuentemente

\* Ingeniero Civil. Director de los Servicios Técnicos Meteorológicos. Servicio Meteorológico Nacional.

<sup>1</sup> "Frecuencia de las lluvias intensas de la Ciudad de Buenos Aires", en METEOROS, Año II, Nos. 1-2.

en el estudio de la pluviometría. Entre los más conocidos para la estimación de la magnitud y frecuencia de la precipitación se hallan los realizados: a) mediante el empleo de curvas de frecuencia acumulada; y b) mediante el empleo de curvas de probabilidad. Ambos tipos de curvas están estrechamente vinculados entre sí.

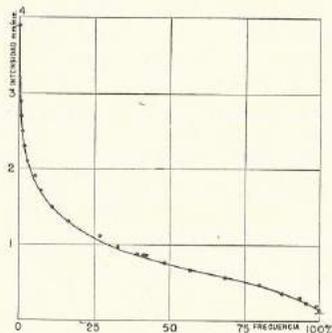


FIG. 1.—Curva de frecuencia total de lluvia intensa para  $t=5$  mm. Ciudad de Buenos Aires. 1921-1950.

Para aplicar estos procedimientos se procede de la siguiente manera: 1) se establecen los intervalos de frecuencia dentro de los cuales se clasifican los datos, tomando el valor promedio de cada intervalo; 2) se calcula el número de casos o sea la frecuencia del fenómeno para cada intervalo; 3) se calcula la frecuencia total o acumulada; 4) se determina finalmente el porcentaje de frecuencia para cada intervalo, tomando el valor 100 para el número total de los casos registrados.

Con el primer procedimiento se traza la curva de frecuencia total en un par de ejes cartesianos con escala decimal tomando en el eje de las  $x$  los valores de los porcentajes de frecuencia acumulada, y en el eje de las  $y$  los valores de las intensidades. La curva representativa se denomina "curva de frecuencia acumulada". En el segundo caso, es decir, con el procedimiento de la probabilidad, la curva se representa también en dos ejes perpendiculares tomando sobre el eje de las  $x$  la probabilidad calculada según la ley de Gaus y en el eje de las  $y$  los logaritmos de las intensidades. Resulta así, por lo general, una recta que representa el fenómeno que se estudia.

No debe olvidarse que ambas curvas indican el porcentaje del número total de casos ocurridos en un período dado, los que igualan o exceden las magnitudes que aparecen en la escala vertical.

Para la determinación de la probabilidad en porcentajes pequeños, la curva de frecuencia acumulada no es apropiada porque en esa zona su dirección se aproxima mucho a la vertical, impidiendo obtener valores de las ordenadas con la exactitud necesaria, como puede verse en la Fig. 1, que sólo se incluye a título ilustrativo. No sucede lo mismo con el gráfico de probabilidad, que, por lo general, resulta una recta con dirección favorable para esa determinación.

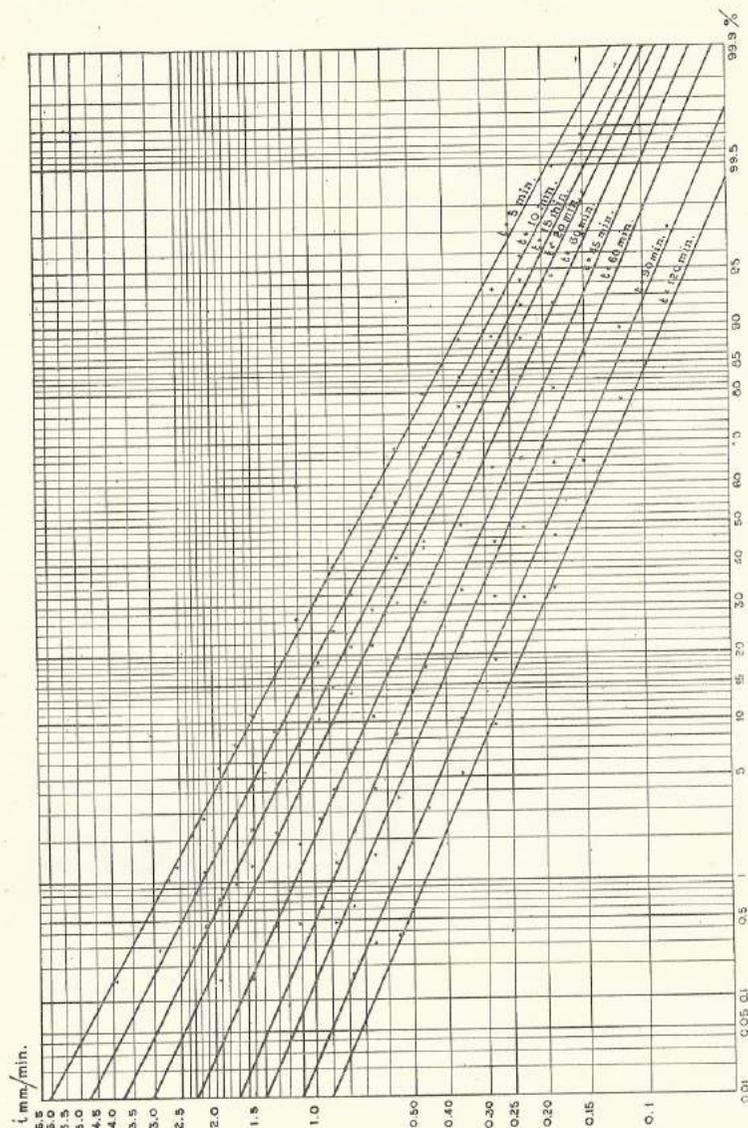


FIG. 2.—Probabilidad de la lluvia intensa en la Ciudad de Buenos Aires, calculada con la serie de datos de 1921 a 1950.

En el presente estudio se ha empleado el método de curva de probabilidad utilizando los datos calculados según lo dicho anteriormente. El resultado obtenido se encuentra representado en la Fig. 2, en la que se han trazado las rectas de probabilidad correspondientes a las lluvias de duración de 5, 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90, y 120 minutos.

#### APLICACIÓN

1) Supongamos que interesa determinar la intensidad máxima de precipitación, en un período de 5 minutos, que puede esperarse una vez cada 100 años en la ciudad de Buenos Aires. Se registraron en 30 años 672 casos de lluvias intensas de 5 minutos de duración, es decir 22,4 casos por año. En 100 años deberían producirse 2240 casos, y la mayor intensidad que podría presentarse en ese período sería la correspondiente a  $\frac{100}{2240}$ , o sea 0,045 %, considerando la probabilidad 100 para 2240 casos. En la Fig. 2, recta de 5 mm, encontramos que a este porcentaje corresponde la intensidad de 4,9 mm/min.

2) Procediendo en la misma forma se calcularía la mayor intensidad con que podría presentarse una lluvia de 20 minutos de duración en un período de 150 años, habiéndose registrado 665 casos en 30 años, o sea 22,17 casos por año. Tendríamos en 150 años, 3326 casos. Considerando como 100 la probabilidad para 3326 casos, resultaría para un  $\frac{100}{3326} = 0,03$  %. En la Fig. 2, recta de 20 min., obtenemos para 0,03 % de probabilidad la intensidad correspondiente de 2,70 mm/min.

Estos dos valores de intensidad que hemos obtenido del gráfico de probabilidad para probabilidades reducidas no sería posible calcularlos con las curvas de frecuencia acumulada debido a la forma que esta curva presenta en esa región, según se advierte en la Fig. 1.

55.038.4 : 523.32

### RASTROS DE UN EFECTO LUNAR NO ELIMINADO EN LOS ÍNDICES $k$ DE ACTIVIDAD GEOMAGNÉTICA<sup>1</sup>

Por OTTO SCHNEIDER\*

Resumen. — Se demuestra que los índices trihorarios  $k$  de actividad geomagnética acusan una pequeña marcha semimensual, si se consideran días tranquilos (con una suma diaria de  $k_m$  inferior a 10) del verano austral en los años 1940-48. En la Tabla I se consignan los valores medios trihorarios y diarios de  $k$  del Observatorio de Pilar, correspondientes a 195 días y agrupados según 6 edades lunares; también se indica la variación lunar de  $k_m$ , índice mundial. La amplitud semimensual de los promedios para Pilar asciende a 0.41 unidades de  $k$ , y la de  $k_m$  a 1/8, aproximadamente, de la de Pilar. Se demuestra, además, (en la Tabla II), que la onda semimensual de los promedios en Pilar se debe principalmente a la influencia lunar durante las horas diurnas, las que corresponden a los "octavos" 5, 6 y 7 de tiempo universal. El fenómeno descrito en este estudio no expresa la totalidad de la variación geomagnética  $L$  en Pilar. Los valores  $k$  de Apia, Samoa, no acusan ninguna influencia lunar conspicua (Tabla III).

Summary. — Three-hourly range indices  $k$ , 1940-48, southern summer, on quiet days (daily sum of  $k_m < 10$ ) are shown to contain a small semimonthly variation. Table I gives the average three-hourly and daily  $k$ -values for 195 days, Pilar Observatory, in groups of 6 lunar ages; also shown is the lunar variation of  $k_m$ . The total range, during half a lunation, of the Pilar daily mean values amounts to 0.41 units of  $k$ , and that of  $k_m$  is about 1/8 of the Pilar amplitude. The semi-monthly wave of daily means at Pilar is shown to be due mainly to the lunar influence during local day-time hours, corresponding to Greenwich intervals 5, 6 and 7 (Table II). The effect here described does not express the whole magnitude of  $L$  at Pilar.  $k$ -values from Apia, Samoa, do not contain a clear lunar influence (Table III).

En las instrucciones (<sup>1</sup>) para determinar los índices trihorarios de actividad geomagnética  $k$ , se estipula que los observatorios ecuatoriales que tengan variaciones lunares de magnitud apreciable, eliminen la marcha lunar de las curvas tipo que sirven de referencia, para así obtener la variación solar  $S_q$  en forma pura. Hasta el presente parece que sólo los observatorios de Huancayo y Honolulu se ajustan a esta prescripción. Sin embargo, existe la posibilidad de que tal procedimiento se haga necesario también en otros casos; así, por ejemplo, se supo recientemente que Hermanus, en el Africa del Sud, registra también variaciones lunares grandes en  $D$  (<sup>2</sup>).

Este breve estudio tiene por finalidad establecer el procedimiento correcto a seguir en el caso particular del Observatorio de Pilar. Desconociendo, por el momento, la marcha lunar en Pilar, se hizo la tentativa de hallar una posible influencia residual de  $L$  en los índices  $k$  ya determinados por ese Observatorio. El material analizado comprende los años de 1940 a 1948 y se halla publicado en los boletines correspondientes

\* Doctor en Filosofía (Geofísica), Universidad de Berlín. Asesor Técnico de la Dirección General del Servicio Meteorológico Nacional.

<sup>1</sup>Trabajo presentado a la Asociación Internacional de Magnetismo y Electricidad Terrestres, con motivo de su reunión celebrada en Bruselas, del 21 de agosto al 1 de septiembre de 1951.

de la IATME<sup>(2)</sup>. De primera intención, no cabía esperar una influencia lunar sino en los días tranquilos, puesto que la escala de  $k$  no es suficientemente sensible, para el presente fin, a partir de un valor aproximado de  $k = 3$ ; en Pilar, este grado de  $k$  equivale a variaciones trihorarias de 12 gamas o más. En consecuencia, el estudio se circunscribió sólo a días cuya suma diaria de índices mundiales  $k_w$  fué menor que 10.

Limitando, además, el estudio a los meses del solsticio del sur (enero, febrero, noviembre, diciembre), se pudo contar con un número total de 195 días. El promedio de los  $k$  de Pilar, para los días seleccionados, es de 1.42, el de los  $k_w$  mundiales, 0.948, y el de los números internacionales de carácter magnético,  $C$ , 0.103. La gran mayoría de ellos, (177 días), poseen un carácter  $C \leq 0.2$ ; sólo hay 12 casos de  $C = 0.3$ , 5 de 0.4 y 1 de 0.5.

La clasificación de los días según su fase lunar se efectuó con la ayuda del "Almanaque Lunar Geofísico" de BARTELS y FANSELAU<sup>(4)</sup>. Atendiendo a la periodicidad semi-mensual de las amplitudes diarias conjuntas ( $S+L$ ), explicada en el trabajo<sup>(5)</sup>, el material se agrupó en 6 fracciones, caracterizadas respectivamente por las siguientes edades  $v$  de la luna media (con las notaciones adoptadas en<sup>(4)</sup>):

Primer grupo:  $v = 1.5 \pm 12$  horas, comprendiendo los  $\mu = 10$ ; 11; 22; 23;

Segundo grupo:  $v = 3.5 \pm 12$  horas, comprendiendo los  $\mu = 8$ ; 9; 20; 21; etc.

De este modo, se obtuvieron las siguientes marchas diarias para días de Greenwich, de los  $k$  de Pilar:

TABLA I. — Marcha media diaria de  $k$  para Pilar, días tranquilos, EFND, según fases lunares

(Unidad: 1/100 unidad de  $k$ )

Intervalo trihorario	Edad lunar ( $v \pm 12$ )						Conjunto
	1.5	3.5	5.5	7.5	9.5	11.5	
1	100	79	97	81	94	88	90
2	127	118	106	130	114	124	119
3	36	54	56	49	53	36	48
4	156	207	183	186	122	120	160
5	200	232	208	186	147	184	192
6	152	214	169	149	114	160	157
7	182	207	156	184	158	152	173
8	179	229	192	197	206	172	196
Promedio diario ..	139	167	146	145	126	130	142
100 $k_w$ .....	96.3	95.9	95.3	95.3	91.3	95.5	94.8
1000 $C$ .....	121	111	95	108	97	84	103
$n$ .....	33	28	36	37	36	25	195

Los últimos cuatro renglones de la tabla dan respectivamente, el promedio diario de  $k$  para Pilar, el promedio diario de  $k_w$ , el de  $C$  y el número de casos contenidos en cada grupo lunar.

De esta tabla se desprende que en cada grupo lunar, la variación de  $k$  en Pilar está dominada preferentemente por la marcha diaria (solar) de la actividad geomagnética en este observatorio, cuyos rasgos se pueden apreciar en la última columna. Por otra parte, el renglón "Promedio" acusa con toda claridad una marcha semi-mensual de los niveles medios diarios de  $k$  en Pilar. En efecto, el  $k$  de Pilar durante la edad lunar 3.5 supera en 0.41 unidades al valor correspondiente a la edad lunar 9.5. Este resultado es consecuencia de la fuerte variación de los valores, en función de  $v$ , durante los intervalos trihorarios 5, 6, 7, que abarcan las horas de 12 a 21 TMG, o sea aproximadamente, las horas de 8 a 17 en Pilar (longitud:  $63^\circ 53'$  Oeste). Dado que la variación lunar es un fenómeno propio de las horas diurnas, no es de sorprender esta sensibilidad, frente a la edad lunar, de los  $k$  correspondientes a estos tres intervalos.

Con el fin de hacer resaltar con mayor claridad la variación semi-mensual señalada, hemos determinado dentro de cada grupo lunar, los valores medios de  $k$ , de Pilar, para el conjunto de las horas diurnas (intervalos 5, 6 y 7). El resultado está resumido en la Tabla II.

TABLA II. — Marcha semimensual de  $k$ , en Pilar, días tranquilos, EFND, para las horas diurnas solamente

(Unidad: 1/100 unidad de  $k$ )

	1.5	3.5	5.5	7.5	9.5	11.5	Todas
(1) Edad lunar $v$ ( $\pm 12$ )							
(2) Promedio $k$ , Pilar, horas diurnas .....	178	218	178	173	140	165	174
(3) Desviaciones con el promedio .....	+ 4	+ 44	+ 4	- 1	-34	- 9	
(4) Desviaciones con valor nocturno (intervalo 2) .....	+51	+100	+72	+43	+26	+41	

En esta forma, la onda semi-mensual de  $k$  queda puesta de relieve con toda nitidez: el renglón (3) de la tabla II demuestra que, en término medio, las horas diurnas reciben una calificación de actividad que durante la edad lunar 3.5 supera en 0.78 unidades de  $k$  a la de la edad lunar 9.5. Si en lugar de expresar esta marcha en discrepancias respecto del promedio general diurno, lo hacemos con referencia al valor  $k$  del intervalo trihorario 2 de cada grupo lunar, obtenemos una variación muy similar (renglón 4). Ello se explica por el hecho de que en este intervalo, que corresponde aproximadamente a la medianoche local de Pilar, la influencia de la luna no se manifiesta casi en absoluto, como era de esperar. Esta ausencia de una marcha lunar sistemática en las horas nocturnas, se puede verificar en la Tabla I, analizando los renglones correspondientes a los intervalos trihorarios 1, 2 y 3.

Si se quiere dar una interpretación geomagnética más detallada al resultado hallado, hemos de anotar que el elemento que se utiliza para determinar  $k$  en Pilar, es la componente horizontal exclusivamente, por ser siempre la más perturbada. La amplitud de la onda semi-mensual de  $k$  equivale, aproximadamente, a 2  $\gamma$ , pero debe tenerse presente que esta magnitud no representa la totalidad de la variación lunar diaria  $L$ .

de  $H$ , ya que  $k$ , por su definición, no puede medir la diferencia de niveles entre la marcha solar pura  $S$  y la marcha conjunta  $S+L$ , sino sólo el cambio de forma que sufre la marcha conjunta gracias a la presencia de  $L$ . Es tanto más sorprendente que a pesar de ello, y con un número de días tan escaso, los índices  $k$  sean suficientemente sensibles para reflejar la acción lunar y también es digno de mencionar que la fase de nuestra marcha semi-mensual concuerda satisfactoriamente con la que BARTELS y JOHNSTON hallaron para la marea lunar geomagnética de  $H$  en Huancayo (2); la diferencia de longitudes geográficas entre ambos observatorios equivale a menos de una hora.

En la tabla I figura también la marcha semi-mensual de los  $k_w$  mundiales; como se puede apreciar, su variación es similar a la de los  $k$  individuales de Pilar, y se halla en fase con ella, aproximadamente. En cambio, la variación del carácter internacional  $C$ , consignada en el renglón siguiente, no acusa lógicamente, la misma regularidad. En consecuencia, parece lícito atribuir la marcha sistemática de  $k_w$  a un efecto lunar residual real, y no a una fluctuación estadística accidental; de lo contrario, la marcha de  $C$  debería haber resultado más similar a la de  $k_w$ . Suponemos que la causa de la periodicidad lunar en  $k_w$  ha de buscarse en la distribución no uniforme de los observatorios, en lo que se refiere a su longitud geográfica. La amplitud de este fenómeno es sumamente pequeña, de modo que podrá ser despreciada esta influencia lunar residual en todas las aplicaciones que se quieran dar a los índices  $k_w$ .

Una tentativa de comprobar una variación semi-mensual de  $k$ , similar a la de Pilar, en otro observatorio, tuvo un resultado negativo: analizando los tres intervalos diurnos para Apia, Samoa, y agrupando los promedios en la forma ya descrita para Pilar en la Tabla II, obtuvimos una marcha relativamente irregular, como lo demuestra la Tabla III.

TABLA III.— Marcha de  $k$  con la edad lunar en Apia, Samoa, días tranquilos, EPND, para las horas diurnas solamente  
(Unidad: 1/100 unidades de  $k$ )

(1) Edad lunar $v$ ( $\pm 12$ )	1.5	3.5	5.5	7.5	9.5	11.5	Todas
(2) Promedio $k$ Apia horas diurnas .....	175	182	175	169	187	190	178
(3) Desviación con el promedio.....	-3	+4	-3	-9	+9	+12	

Este análisis de Apia se basa en los mismos días usados para Pilar (con excepción de 10 casos sin datos); los intervalos trihorarios de cada día fueron, esta vez, los siguientes: 8, 1, 2, o sea, el último del día anterior al seleccionado, y los primeros dos del día de referencia. De este modo, contemplamos otra vez las nueve horas centradas aproximadamente alrededor del mediodía local (longitud geográfica de Apia:  $188^{\circ}2$  E).

Resumiendo los resultados de este estudio podemos afirmar que:

1) Los índices trihorarios de actividad geomagnética en Pilar, para días tranquilos del solsticio del sur, contienen una diminuta variación lunar residual de período semi-mensual cuya semi-amplitud es de unas 0.2 unidades de  $k$  si se contemplan promedios diarios de  $k$ , y de unas

0.4 unidades si se toman promedios de  $k$  para las horas diurnas. El efecto es despreciable para los fines de determinación práctica de  $k$ .

2) Algunos otros observatorios deben estar afectados por una influencia lunar análoga en sus valores  $k$ , pues el promedio  $k_w$  mundial acusa una variación similar, aparentemente real, pero de una semi-amplitud despreciable (0.02 unidades de  $k$ ).

3) Los índices  $k$  de Apia, Samoa, no están afectados por este fenómeno.

#### BIBLIOGRAFÍA

- (1) BARTELS, J.; N. H. HECK, y H. F. JOHNSTON. — « The three-hour-range index measuring geomagnetic activity », en *Terr. Magn.* 44 (1939), p. 411-454.
- (2) IATME Bulletins, N° 12, 12 a, 12 b.
- (3) IATME Bulletin, N° 12 d, pág. VI.
- (4) BARTELS, J., y G. FANSELAU. — « Geophysikalischer Mond-Almanach », en *Zeits. — f. Geophysik*, 13 (1937), pág. 318-324.
- (5) BARTELS, J., y H. F. JOHNSTON. — « Geomagnetic tides in horizontal intensity at Huancayo », en *Terr. Magn.* 45 (1940), p. 269 y 485-512.

519.272 : 551.5

## LAS FUNCIONES ALEATORIAS Y SU APLICACIÓN A LA METEOROLOGÍA

Por G. DEDEBANT\*, R. DI MAIO\*\* y E. A. M. MACHADO\*\*\*

**Resumen.**—Se define ante todo la función aleatoria de un índice entero  $\alpha$  como una serie de conjuntos de números aleatorios, y después la función aleatoria de un parámetro continuo  $t$  como límite del concepto precedente. Se desarrollan los conceptos de covariancia, autocorrelación, condiciones de coherencia, espectros, periodicidad, continuidad y, por fin, de derivabilidad aleatoria. La introducción del espacio de Hilbert conduce a una representación geométrica intuitiva de las funciones aleatorias (cinemática hilbertiana). Como aplicación se introduce un índice práctico de conexión que permite apreciar el grado de continuidad de la función aleatoria expresada numéricamente por una serie de valores observados.

**Résumé.**—On définit d'abord la fonction aléatoire d'un indice entier  $\alpha$  comme une suite d'ensembles de nombres aléatoires, puis la fonction aléatoire d'un paramètre continu  $t$  comme limite du précédent concept. On traite de la covariance, de l'autocorrélation, des conditions de cohérence, des spectres, de la périodicité, de la continuité et de la dérivabilité aléatoires. L'introduction de l'espace de Hilbert conduit à une représentation géométrique intuitive des fonctions aléatoires (cinématique hilbertienne). Comme application, il est indiqué un indice (pratique) de connexion qui permet de se rendre compte du degré de continuité de la fonction aléatoire exprimée numériquement par une série d'observations.

En un artículo anterior hemos tratado los números aleatorios dando algunas aplicaciones a la meteorología<sup>1</sup>. Ahora introduciremos una nueva noción: la de función aleatoria con vistas a su aplicación a la misma rama.

### 1) AUTOVARIANCIAS. FUNCIÓN ALEATORIA

Cuando, en el caso de dos números aleatorios  $X$  e  $Y$ , hicimos  $X = Y$ , la noción esencial de covariancia ( $\overline{X'Y'}$ ) desapareció reduciéndose a la de variancia ( $\overline{X'^2}$ ), que corresponde a un coeficiente de correlación igual a la unidad. Por otra parte, tal es el punto de vista de la estadística clásica, antes del nacimiento de las funciones aleatorias. Deja de lado inmensas posibilidades que vamos a explotar ahora.

Si el coeficiente de correlación de  $X$  consigo mismo es igual a 1, significa que combinamos los valores de  $X$  para las pruebas simultáneas:

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

con

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

\* Ancien élève de l'École Polytechnique (France). Asesor Técnico de la Dirección General del Servicio Meteorológico Nacional.

\*\* Doctor en Física. Universidad de Pavia. Asesor Técnico de la Dirección General del Servicio Meteorológico Nacional.

\*\*\* Doctor en Matemáticas. Asesor Técnico de la Dirección de Investigaciones Meteorológicas e Instrucción del Servicio Meteorológico Nacional.

<sup>1</sup> Cfr. METEOROS, Año III, N° 1, enero-marzo, 1953, págs. 31 a 53.

Pero también podemos combinar los valores de  $X$  para dos pruebas, así:

$$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

con

$$\{x_{\alpha+1}, x_{\alpha+2}, \dots, x_{\alpha+n}\}$$

y entonces se obtienen coeficientes de correlación cualesquiera.

Logramos así una nueva noción — especie de auto-covariancia o covariancia interna — a la que finalmente hemos decidido dar el nombre más condensado de autovariancia.

Presentemos ahora la definición de función aleatoria.

Llamamos sostén de una función aleatoria al conjunto de los  $N$  primeros números enteros, siendo  $N$  suficientemente grande y si es necesario infinito.

Llamamos intervalo de base de una función aleatoria a un número  $n$  suficientemente grande y no obstante pequeño con respecto a  $N$ .

Y diremos que el conjunto de los números reales

$$\{x_{\alpha+1}, x_{\alpha+2}, \dots, x_{\alpha+n}\}$$

es una *función aleatoria* del índice (entero)  $\alpha$ , definido en un intervalo de base  $n$ .

La representaremos por la notación  $X/\alpha$ .

Esta función aleatoria es, pues, finalmente, una sucesión de conjuntos de números aleatorios, estando cada conjunto definido en un intervalo de base  $n$  y ligado a un índice entero  $\alpha$ .

La parte cierta de la función aleatoria  $X/\alpha$ , es decir:

$$\overline{X}(\alpha) = \frac{x_{\alpha+1} + x_{\alpha+2} + \dots + x_{\alpha+n}}{n}$$

es una función (cierta) del índice  $\alpha$ .

Lo mismo sucede con su variancia:

$$\sigma^2(x) = \overline{X'^2}(x) = \frac{x_{\alpha+1}'^2 + x_{\alpha+2}'^2 + \dots + x_{\alpha+n}'^2}{n}$$

En cuanto a la autovariancia de la función aleatoria  $X/\alpha$  es una función de dos índices,  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\mu(x, \beta) = \frac{x_{\alpha+1}' x_{\beta+1}' + x_{\alpha+2}' x_{\beta+2}' + \dots + x_{\alpha+n}' x_{\beta+n}'}{n}$$

y el coeficiente de *autocorrelación* es:

$$r(x, \beta) = \frac{\mu(x, \beta)}{\sigma(x) \cdot \sigma(\beta)}$$

En lo sucesivo formularemos la hipótesis — esencial para las aplicaciones — según la cual la función aleatoria  $X/\alpha$ , definida anteriormente, es estacionaria.

### 2) ESTACIONARIEDAD

Una función aleatoria (de índice entero) se llama estacionaria si la autovariancia que, en general, es función de los dos índices  $\alpha$  y  $\beta$  independientemente, es función solamente de su diferencia,  $(\beta - \alpha)$ .

Ello significa que la estructura intrínseca de la función — o mejor dicho, su conexión — no depende de la situación absoluta que ocupa el intervalo de base  $n$  en el sostén de los números enteros.

Cuando el índice  $\alpha$  representa instantes sucesivos en el tiempo, la hipótesis de estacionariedad significa que la marcha de un fenómeno no depende de la fecha de su iniciación. Tal hipótesis es absolutamente necesaria para la ciencia. Es una de las condiciones a que debe responder la causalidad, puesto que las leyes físicas son constantes y temporales.

En el caso de estacionariedad la autovariancia resulta una función de  $(\beta - \alpha) = \delta$  solamente, es decir:

$$\mu(\delta)$$

Y en tal caso la variancia:  $\sigma^2(\alpha) = \mu(\alpha, \alpha) = \mu(0)$  resulta una constante.

El coeficiente de correlación<sup>2</sup>:

$$r(\alpha, \beta) = \frac{\mu(\delta)}{\mu(0)}$$

es una función de  $\delta$  solamente, y su valor para  $\delta = 0$  es la unidad.

La autovariancia y la autocorrelación son proporcionales y se puede hablar indiferentemente de una u otra.

### 3) INTERVALO DE ANÁLISIS

El intervalo (variable)  $\delta$  se llamará intervalo de análisis. Puede tomar todos los valores:

$$1, 2, \dots, n$$

Le corresponde un intervalo variable de tiempo  $\delta\varepsilon$ , siendo  $\varepsilon$  el quantum de intervalo de tiempo.

Los intervalos de análisis expresados en tiempo serán, pues,

$$\varepsilon, 2\varepsilon, \dots, n\varepsilon$$

y constituyen una gama de intervalos.

Finalmente, el coeficiente de correlación de una función aleatoria estacionaria es una función del intervalo de análisis.

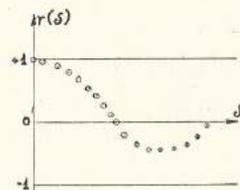


FIG. 1.

Su representación gráfica Fig. 1, consistirá, pues, en el plano  $\delta, r$ , en  $n$  puntos, de los cuales el primero es siempre el punto  $(0, 1)$ , com-

<sup>2</sup> En su nueva expresión, el coeficiente de correlación queda todavía de la misma forma, es decir del cociente de una covariancia por el producto de dos desvíos tipos o un cuadrado de un desvío tipo.

prendidos todos en la banda horizontal.

$$(-1, +1)$$

### 4) PASAJE AL LÍMITE

Se pueden unir estos  $n$  puntos por una poligonal, Fig. 2. Y si el quantum de un intervalo es suficientemente pequeño y el número de puntos lo bastante grande, se puede concebir una curva que sea el límite de la poligonal (Fig. 3).

Ahora, si introducimos un parámetro continuo  $h$  (el intervalo de tiempo), la autocorrelación  $r(h)$  será una función de  $h$  definida para todo valor real de  $h$ . Por otra parte, los valores positivos de  $h$  son los únicos a considerar. Se ha llegado, pues, al resultado siguiente, eminentemente condensado: que fuera de su valor probable y de su variancia (que no desempeñan más que un papel secundario) una función aleatoria está representada esencialmente por una función cierta  $r(h)$ , de un parámetro cierto, continuo,  $h$ , que describe el conjunto de los números reales o recta euclidiana. El sostén de las funciones aleatorias ha resultado así ser la recta euclidiana.

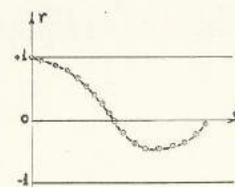


FIG. 2.

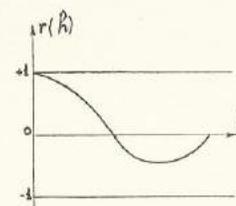


FIG. 3.

Todas las propiedades de la función aleatoria se encuentran "reunidas" en su función de autovariancia (o de autocorrelación). A tal extremo que dos funciones aleatorias que admiten la misma autovariancia deben ser consideradas como una misma función.

La función de autovariancia es una representación del mecanismo intrínseco del fenómeno, puesto en evidencia por la sucesión cronológica de las medidas (o pruebas) hechas sobre la magnitud física considerada. En ella reside la verdadera expresión de las leyes físicas.

Se puede desarrollar aquí — Cuadro I — un ejemplo que muestra la curva de correlación obtenida de una planilla de presión mensual, de valores horarios.

Dicha planilla contiene los datos brutos de observación, en este caso los valores de la presión barométrica  $X$  tomados hora por hora, durante el mes de julio de 1943 en el Observatorio Central Buenos Aires. Desarrollada en forma lineal es sencillamente el *barograma*  $X(t)$ , o mejor dicho, la porción del barograma comprendida entre las fechas 1<sup>o</sup> de julio de 1943, 0 horas, y 31 de julio de 1943, 24 horas.

Ahora bien, si consideramos esta porción de barograma (Fig. 4) como una prueba realizada sobre la función aleatoria  $X/t$ , presión barométrica

CUADRO I. — Valores horarios de la presión atmosférica, Observatorio Central Buenos Aires, Julio de 1943.

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	59.7	59.2	58.6	58.7	58.8	59.0	59.2	59.2	59.4	59.6	59.4	59.0	58.0	57.5	57.4	57.4	57.9	57.8	57.9	57.9	57.7	57.5	57.4	57.3
2	56.9	56.4	55.9	55.4	55.3	55.1	55.2	55.0	55.2	55.2	55.2	55.0	52.6	51.8	52.1	51.9	51.8	52.1	51.7	51.7	51.7	51.5	51.5	51.4
3	54.3	54.5	54.5	53.5	53.4	54.6	54.6	54.6	54.6	54.6	54.6	54.6	58.4	58.6	59.4	60.5	61.0	61.5	62.2	62.2	63.3	63.7	64.3	64.7
4	64.3	65.1	65.3	65.8	66.2	66.7	67.2	67.5	68.2	68.5	68.4	68.3	68.1	68.5	68.6	68.6	69.5	69.5	70.5	70.7	71.1	71.5	71.7	71.7
5	71.8	71.7	71.6	71.5	71.6	71.9	72.5	72.6	72.8	73.3	73.3	73.2	72.9	72.3	72.9	71.5	71.6	71.8	72.1	72.2	72.3	72.5	72.9	73.0
6	72.9	72.8	72.7	72.7	72.6	72.6	72.6	72.6	72.8	73.1	72.9	72.4	71.7	71.3	70.9	70.9	71.0	70.9	71.0	71.1	71.2	71.3	71.2	70.9
7	72.4	72.4	72.4	72.2	72.4	72.4	72.5	72.6	72.8	73.1	72.9	72.4	71.7	71.3	70.9	70.9	71.0	70.9	71.0	71.1	71.2	71.3	71.2	70.9
8	70.6	70.5	70.4	69.9	69.8	69.7	69.7	69.8	69.9	70.0	69.8	69.1	68.2	67.6	67.5	67.2	67.1	66.7	66.8	67.0	66.7	66.4	66.4	66.1
9	65.8	65.7	65.8	65.5	65.5	65.4	65.5	65.7	65.6	66.2	66.1	64.8	63.4	62.5	62.4	62.4	62.4	62.4	62.2	62.1	62.5	62.1	61.8	61.9
10	65.2	65.0	64.9	64.6	64.9	64.9	64.3	64.8	65.0	65.0	65.0	64.8	63.4	62.5	62.4	62.4	62.4	62.4	62.2	62.1	62.5	62.1	61.8	61.9
11	61.4	61.4	61.3	61.2	61.3	61.3	61.9	62.2	62.2	62.2	62.4	62.0	60.9	60.6	60.3	60.5	60.3	60.9	60.7	60.7	60.5	60.9	60.8	60.5
12	60.6	60.7	60.6	60.6	60.5	60.7	60.7	60.9	60.9	60.7	60.3	60.0	59.5	59.0	59.0	58.9	58.9	58.9	59.1	59.3	59.5	59.6	59.8	60.0
13	60.1	60.1	60.1	60.0	60.1	60.6	61.1	61.6	61.9	63.1	61.8	61.4	60.6	60.7	60.3	60.6	60.7	61.0	61.1	61.5	61.9	62.2	62.9	62.6
14	63.0	62.8	62.7	62.6	62.5	62.9	63.2	63.7	63.9	64.2	64.1	63.8	63.5	63.0	62.6	62.1	61.7	61.9	61.8	61.7	62.3	62.2	62.4	62.5
15	63.4	63.0	63.5	63.1	63.2	63.3	63.8	63.9	64.1	64.7	64.5	64.1	63.6	63.2	63.5	63.5	64.0	64.5	64.6	65.0	65.5	65.7	66.0	66.0
16	62.4	62.3	62.5	62.3	62.2	62.4	62.9	63.4	63.7	64.1	64.4	64.1	63.6	63.4	63.5	63.6	64.0	64.5	64.6	65.0	65.5	65.7	66.0	66.0
17	65.8	65.9	65.9	65.7	65.7	65.9	66.3	66.9	67.2	67.3	67.2	66.4	65.8	65.6	65.6	65.7	66.5	66.9	67.1	67.4	67.5	67.5	67.6	67.6
18	67.6	68.0	68.3	68.4	68.5	68.4	68.5	68.9	69.4	69.7	69.9	69.7	68.6	67.8	67.3	67.2	67.5	67.9	68.3	68.7	69.1	69.1	69.1	69.1
19	69.1	69.1	68.8	68.6	68.5	68.6	68.6	69.0	69.8	69.8	68.6	68.2	67.6	67.1	66.9	66.7	66.7	66.9	66.8	66.9	66.7	66.4	66.2	66.2
20	66.0	65.5	65.2	65.2	64.9	65.1	65.4	65.7	66.0	66.1	66.1	65.5	65.0	64.9	64.2	64.2	64.1	64.2	64.1	64.2	64.1	64.3	64.3	64.1
21	63.9	63.9	63.8	63.8	63.5	63.6	63.9	64.4	64.7	64.7	64.5	64.1	63.6	63.2	63.5	63.5	64.2	64.6	65.0	65.5	65.6	65.8	65.6	65.6
22	65.4	65.5	65.5	65.8	66.2	66.6	67.0	67.4	67.5	67.6	67.2	66.9	66.7	66.6	66.6	66.8	67.3	68.0	68.0	68.0	68.0	68.0	68.2	68.2
23	68.2	68.5	68.1	68.1	68.0	68.0	68.4	68.6	68.6	68.6	68.5	68.1	67.6	67.5	67.5	67.5	68.0	68.8	68.8	68.8	68.8	68.8	68.8	68.2
24	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5
25	62.5	62.2	61.8	61.6	61.1	61.5	61.6	61.7	61.7	61.9	61.2	60.4	60.5	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4
26	61.0	61.0	61.0	60.0	60.2	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4	60.4
27	56.9	56.9	56.2	56.0	56.1	56.9	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7
28	58.9	58.7	58.8	57.6	58.5	59.3	58.4	59.7	59.7	60.0	59.3	58.7	58.5	58.7	58.5	58.5	58.8	59.7	60.6	60.9	61.3	61.5	61.8	61.9
29	62.0	61.8	61.7	61.6	61.9	62.1	62.4	62.7	63.0	62.9	62.6	61.9	61.2	61.0	61.3	61.6	61.8	62.1	62.3	62.4	62.5	62.5	62.5	62.5
30	63.4	63.2	63.1	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0	63.0
31	62.4	62.4	62.4	62.1	61.9	61.9	61.8	62.3	62.8	62.8	62.8	62.6	62.0	61.2	60.6	60.5	60.5	60.7	60.8	61.2	61.5	61.8	62.0	62.1

PRESIÓN BAROMÉTRICA - JULIO DE 1943

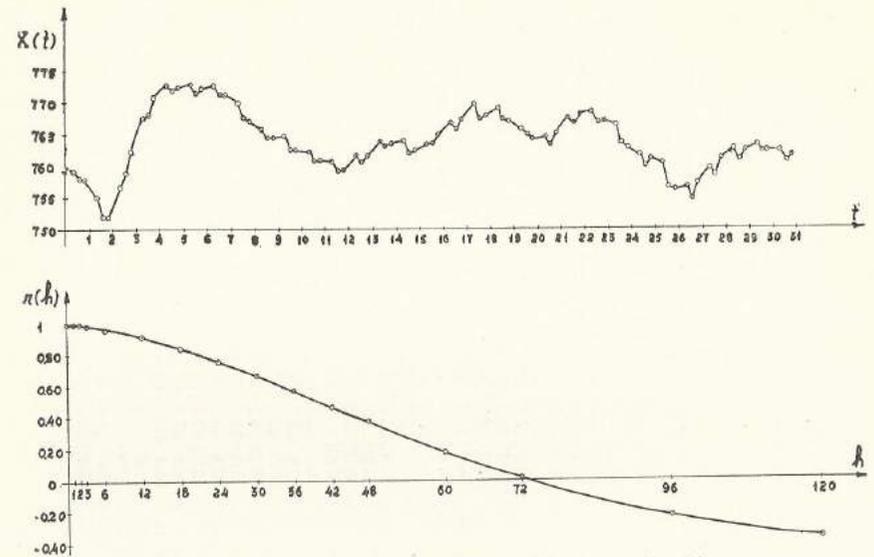


FIG. 4. — Barograma X(t) y su correspondiente curva de autocorrelación r(h).

de Buenos Aires, podemos determinar los elementos estadísticos de esta función aleatoria. Utilizando tan sólo operaciones corrientes de cálculo se halla:

- a) valor probable:  $\bar{X} = 763,6 \text{ mm}$  ;
- b) desvío tipo:  $\sigma_x = \sqrt{(X - \bar{X})^2} = \sqrt{X'^2} = 4,65 \text{ mm}$  ;
- c) coeficiente de autocorrelación (que es una función del intervalo de tiempo):  $r(h) = \frac{\bar{X}'_t \bar{X}'_{t+h}}{\sigma_x^2}$

Sea:

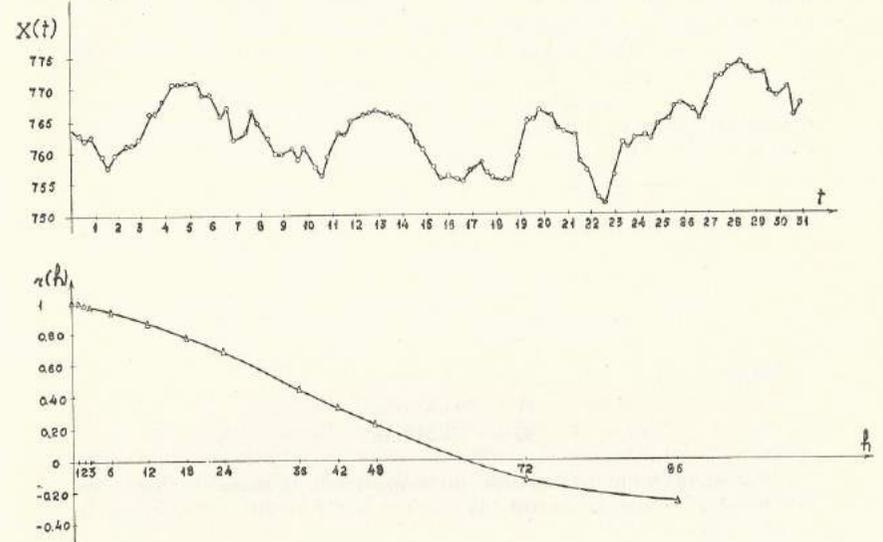
<i>h</i>	0	1	2	3	6	12	18	24
<i>r(h)</i>	1	0,997	0,992	0,984	0,96	0,919	0,838	0,759
<i>h</i>	30	36	42	48	60	72	96	120
<i>r(h)</i>	0,640	0,538	0,444	0,373	0,179	0,013	-0,210	-0,367

La primera ventaja de la representación estadística es que la curva  $r(h)$  incluye en su simplicidad todo lo que interesa poner en evidencia del complicado barograma  $X(t)$ . Además, a pesar de que algunas porciones

CUADRO II. — Valores horarios de la presión atmosférica. Observatorio Central Buenos Aires. Julio de 1907.

Días	HORAS																																									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31											
1	64.1	64.2	64.1	63.9	63.5	63.4	63.5	62.9	63.1	62.7	62.7	62.5	61.9	61.3	61.5	61.4	61.5	61.5	61.6	61.6	62.3	62.3	61.9	61.8	61.7	61.8	61.7	61.5	61.5	61.6	61.7	61.7	61.8	61.7								
2	60.7	60.3	60.3	60.5	60.4	60.8	60.9	61.2	61.4	61.5	61.4	61.4	61.4	61.2	61.4	61.7	61.9	61.8	61.8	61.8	62.1	62.6	62.6	61.9	61.8	61.8	61.8	61.5	61.5	61.6	61.7	61.7	61.5	61.5	61.6	61.7						
3	60.0	60.2	60.3	60.0	60.4	60.3	60.5	60.2	60.4	60.7	60.7	60.6	60.4	60.2	60.3	60.7	60.9	60.8	60.8	60.8	61.1	61.5	61.5	60.9	60.8	60.8	60.7	60.5	60.5	60.6	60.6	60.5	60.5	60.4	60.4	60.3	60.3					
4	63.6	63.8	64.0	64.0	64.3	64.7	65.5	66.0	67.0	67.0	67.0	66.8	66.4	66.2	66.3	66.7	67.5	67.6	67.6	67.6	68.0	68.5	68.7	68.5	68.0	67.5	67.0	66.5	66.0	65.5	65.0	64.5	64.0	63.5	63.0	62.5	62.0					
5	69.2	69.4	69.5	69.5	69.6	69.9	70.6	71.1	71.7	71.9	71.8	71.2	70.9	70.4	70.3	70.4	70.7	70.7	70.7	70.7	71.0	71.5	71.5	71.2	70.9	70.4	70.3	70.2	70.1	70.0	69.9	69.8	69.7	69.6	69.5	69.4	69.3	69.2				
6	71.3	71.1	70.9	70.7	70.6	70.7	71.0	71.3	71.7	71.6	71.5	70.7	69.6	69.0	68.6	68.5	68.4	68.2	68.1	68.1	68.1	68.2	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1	68.1			
7	67.7	67.3	66.9	66.6	66.7	66.5	66.2	66.0	65.1	65.1	65.1	64.0	63.2	62.1	61.5	61.2	61.6	61.6	61.1	61.6	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7		
8	61.9	61.9	61.8	61.8	61.9	62.0	62.2	62.2	63.1	63.6	63.9	64.1	63.9	63.2	62.9	63.0	63.0	63.1	63.4	63.9	64.0	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	
9	63.4	62.7	62.4	61.9	62.4	61.9	62.2	62.2	63.1	63.6	63.9	64.1	63.9	63.2	62.9	63.0	63.0	63.1	63.4	63.9	64.0	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	63.9	
10	59.7	59.9	59.9	59.9	59.9	60.2	60.6	61.1	61.3	61.2	61.0	60.2	59.1	58.7	59.0	59.4	59.6	60.1	60.4	60.9	61.2	61.5	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	61.7	
11	59.0	58.6	58.3	58.0	57.7	57.4	57.3	57.4	57.6	57.6	57.5	56.7	56.1	56.0	56.2	56.5	57.0	57.9	58.8	59.3	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	60.2	
12	61.6	61.9	62.0	62.1	62.0	62.2	62.2	63.0	63.6	63.8	63.7	63.1	62.9	62.8	62.9	63.5	63.7	64.2	64.6	64.7	65.1	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	65.2	
13	66.2	65.9	65.8	65.8	65.7	65.8	66.3	66.3	66.6	66.6	66.7	66.6	66.3	66.4	66.4	66.5	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	66.7	
14	66.8	66.8	66.8	66.8	66.8	66.8	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	66.6	
15	65.0	65.0	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	65.1	
16	56.0	56.2	55.9	55.5	55.3	55.3	55.4	55.6	55.6	55.6	55.6	55.5	55.5	55.0	55.2	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	55.4	
17	57.8	57.8	57.7	57.6	57.6	57.8	58.3	58.7	59.0	58.8	58.6	57.9	57.2	56.5	56.1	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	56.7	
18	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	56.5	
19	66.9	66.7	66.6	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	66.5	
20	62.6	62.6	62.3	62.1	62.1	62.1	62.2	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	62.4	
21	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8	64.8
22	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
23	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
24	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
25	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
26	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
27	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
28	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
29	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
30	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3
31	68.0	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3	68.3

PRESIÓN BAROMÉTRICA - JULIO DE 1907



del barograma correspondientes a distintas épocas puedan ser bastante diferentes, las curvas de autocorrelación resultan de forma muy semejante, a tal punto que se pueden superponer mediante un simple cambio de escala de tiempo. Ello prueba que la curva de autocorrelación expresa un mecanismo intrínseco de las variaciones de presión barométrica.

Para ver la coincidencia de dos curvas de autocorrelación relativas a dos épocas distintas, tomemos el mes de julio de 1907, desarrollado en el Cuadro II y Fig. 5, que da la función de correlación siguiente:

$h$	0	1	2	3	6	12	18
$r(h)$	1	0,995	0,986	0,969	0,911	0,878	0,780
$h$	24	30	36	42	48	72	96
$r(h)$	0,698	0,539	0,449	0,341	0,230	-0,130	-0,271

Además,

$$\bar{X} = 763,3 \text{ mm};$$

$$\sigma_x = 5,24 \text{ mm}.$$

El diagrama (Fig. 6) muestra que aumentando la escala de tiempo en relación 1,22 aproximadamente, la curva de 1907 resulta casi coincidente con la curva de 1943.

#### 5) LAS CONDICIONES DE COHERENCIA

Volvamos un instante a la representación vectorial de los números aleatorios. Un número aleatorio definido sobre un sostén  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$  es un vector en el espacio (euclidiano) de  $N$  dimensiones. Consideramos dos números aleatorios reducidos  $X$  e  $Y$ , definidos sobre el mismo sostén.

Se sabe por Geometría Analítica, que el cuadrado de la superficie del paralelogramo formado por dos vectores  $X$  e  $Y$  es igual al determinante

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \overline{X^2} & \overline{XY} \\ \overline{XY} & \overline{Y^2} \end{vmatrix}$$

o también, puesto que  $X$  e  $Y$  son reducidos, a

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{vmatrix}$$

designando con  $r_{12}$  el coeficiente de correlación entre  $X$  e  $Y$ .

Como el cuadrado de una superficie es una cantidad esencialmente positiva o nula, se debe tener:

$$\Delta_2 = 1 - r_{12}^2 \geq 0$$

Lo que demuestra que el coeficiente de correlación de dos números aleatorios es un número comprendido entre  $-1$  y  $+1$ , como ya lo sabíamos.

Si en lugar de dos números aleatorios tenemos un número cualquiera  $p$ , el volumen del  $p$ - paralelepípedo, o  $p$ -vector (generalización al espacio de  $p$  dimensiones del paralelogramo- de 2 dimensiones- y del paralelepípedo de 3 dimensiones) tiene por cuadrado:

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{12} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1p} & \dots & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

y se debe tener

$$\Delta_p \geq 0$$

Esto implica:

$$\text{todo } \Delta_i \geq 0 \quad \text{para } i \leq p$$

Tales condiciones a cumplirse por los coeficientes de correlación de un sistema de  $p$  números aleatorios, se llaman condiciones de coherencia.

De su existencia resulta que no basta tomar un conjunto de números inferiores (o iguales) en valor absoluto a la unidad para que puedan ser considerados como los coeficientes de correlación de un sistema de números aleatorios. Además es necesario que satisfagan las condiciones de coherencia.

#### 6) REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE UNA FUNCIÓN ALEATORIA

Ahora bien, ¿cuál va a ser la representación geométrica de una función aleatoria definida en el sostén  $\{1, 2, \dots, N\}$ ?

Será una sucesión de vectores (o de puntos) en el espacio de  $N$  dimensiones, sucediéndose, en el caso en que el parámetro fundamental es el tiempo, en orden cronológico. Dicho de otro modo, será una trayectoria (quebrada) en el espacio (euclidiano) de  $N$  dimensiones, es decir, una poligonal descrita por un punto móvil. Así, mientras la teoría de los números aleatorios coincide con la geometría en el espacio de  $N$  dimensiones, la de las funciones aleatorias (temporales) no es sino la cinematográfica en ese espacio.

Cuando, por extensión continua, el sostén de las funciones aleatorias de índice (sacado del conjunto de números enteros) ha sido reemplazado por el conjunto de números reales (o recta euclidiana) tendremos que considerar un sistema de una infinidad de números aleatorios que son los valores tomados por la función para cada valor del tiempo. La representación geométrica de una función aleatoria semejante tendrá por sostén, entonces, un espacio (euclidiano) de una infinidad (numerable) de dimensiones, conocido por los matemáticos con el nombre de espacio de Hilbert y la función aleatoria corresponde a una trayectoria (curva y ya no poligonal) en ese espacio.

La función aleatoria deberá satisfacer a una infinidad de condiciones de coherencia:

$$\text{todo } \Delta_i \geq 0 \quad \text{para todo } i$$

7) PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES  $\Delta$ .

Digamos algo ahora sobre las propiedades de los determinantes  $\Delta$ .

Si a los dos números aleatorios reducidos  $X$  e  $Y$  (vectores de módulo 1 que forman un paralelogramo, el cuadrado de cuya superficie es  $\Delta_2$ ) agregamos un tercer número aleatorio (reducido)  $Z$ , tenemos que considerar el cuadrado del volumen de un paralelepípedo cuyas aristas son iguales a la unidad. Es evidente que el número que expresa el volumen de este paralelepípedo (o su cuadrado) es inferior o a lo sumo igual al que expresa la superficie del paralelogramo primitivo (o su cuadrado).

Se tiene, pues:

$$\Delta_3 \leq \Delta_2$$

Evidentemente esta propiedad se extiende por recurrencia, de modo que se tiene, de una manera general:

$$\Delta_p \leq \Delta_{p-1}$$

Así, cuando se amplía un determinante de coeficientes de correlación por una columna a la derecha y una fila abajo, agregando un nuevo número aleatorio, el valor del determinante no puede aumentar.

Esto permite demostrar, salvo una excepción fácil de precisar, que el determinante  $\Delta_p$  tiende a cero cuando su orden  $p$  aumenta indefinidamente. La excepción se produce cuando a partir de un cierto rango todos los coeficientes de correlación son nulos (los vectores que se agregan son ortogonales a los precedentes), puesto que, entonces,

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} \Delta_q & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \dots 1 \end{vmatrix} = \Delta_q \text{ cualquiera que sea } p \geq q.$$

## 8) DEPENDENCIA DE NÚMEROS ALEATORIOS

Indiquemos finalmente una última propiedad de los determinantes  $\Delta$ . Si  $\Delta_p = 0$  (para  $p$  finito) quiere decir que los números aleatorios

$$X_1, X_2, \dots, X_p$$

que han servido para formarlos, no son independientes<sup>3</sup>, y que uno es función lineal de los otros. Por ejemplo:

$$X_p = aX_1 + \dots + a_{p-1} X_{p-1}$$

siendo los  $a_i$  números ciertos.

Esto es evidente (según la representación geométrica) si se piensa que al agregar un tercer vector  $X_3$  a dos vectores primitivos  $X_1, X_2$ , y este tercer vector pertenece al plano definido por  $X_1$  y  $X_2$ , el volumen del

<sup>3</sup> El término "independiente" es empleado aquí en el sentido de "independencia lineal" del Álgebra, y no en el sentido del Cálculo de Probabilidades.

paralelepípedo formado por  $X_1, X_2, X_3$  es nulo (paralelepípedo aplastado). Luego, en ese caso,  $\Delta_3 = 0$ , y en el espacio de dos dimensiones todo vector se expresa como función lineal de dos vectores (de base) arbitrarios.

El razonamiento se extiende a un número cualquiera de dimensiones.

Se observará que ahí se encuentra la posibilidad de una exposición geométrica de la teoría de la regresión.

Si  $\mathcal{G}$  es un vector desconocido, en general, no se le puede expresar rigurosamente como función lineal de  $n$  vectores (de base) conocidos

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

Pero lo que puede hacerse es calcular su proyección  $\mathcal{G}_n$  sobre el hiperplano formado por los  $n$  vectores de base.

El coeficiente de correlación múltiple del cual ya hemos hablado, tiene por cuadrado:

$$\mathcal{R}^2 = \frac{\mathcal{G}_n^2}{\mathcal{G}^2}$$

Es igual a 1 si el vector  $\mathcal{G}$  es igual a su proyección sobre el hiperplano de los datos (es decir, pertenece a este hiperplano).

El desvío  $(1 - \mathcal{R}^2)$  medirá la precisión (aleatoria) con la que es posible calcular la incógnita  $\mathcal{G}$  mediante los datos  $X_1, \dots, X_n$ .

Si  $\mathcal{R}$  es distinto de la unidad significa que los datos de que se dispone son insuficientes para resolver el problema propuesto; este es el caso habitual.

Por el contrario, si los datos fueran ortogonales respecto a la incógnita ( $\mathcal{G}X = 0$ ) son superabundantes y superfluos y no aportarán ninguna información para el cálculo de  $\mathcal{G}$ .

## 9) LAS PRIMERAS CONDICIONES DE COHERENCIA

El primero de los determinantes  $\Delta$  es:

$$\Delta_1 = |1| = 1$$

El sentido de esta condición es que la variancia de un número aleatorio es necesariamente positivo.

Esta primera condición muestra de paso que todo:

$$\Delta_p \leq 1$$

puesto que

$$\Delta_p \leq \Delta_{p-1}$$

El segundo determinante  $\Delta$  es:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{vmatrix} = 1 - r_{12}^2$$

de donde se deduce la conclusión

$$-1 \leq \text{todo } r \leq 1$$

Estudiemos ahora el tercer  $\Delta$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1 \end{vmatrix}$$

Su desarrollo es:

$$\Delta_3 = 1 - r_{12}^2 - r_{23}^2 - r_{13}^2 + 2 r_{12} r_{13} r_{23}$$

Para hacer una aplicación de la tercera condición de coherencia ( $\Delta_3 \geq 0$ ) a las funciones aleatorias consideremos tres instantes

$$t, t+h, t+h+k$$

Los coeficientes de autocorrelación que corresponden a esos tres instantes son:

$$r_{12} = r(h) \quad r_{23} = r(k) \quad r_{13} = r(h+k)$$

y el determinante  $\Delta_3$  vale:

$$\Delta_3 = 1 - r^2(h) - r^2(k) - r^2(h+k) + 2 r(h)r(k)r(h+k).$$

Haciendo ahora  $k=h$ , se puede sacar el factor común  $[1 - r(2h)]$ , y se obtiene:

$$\Delta_3 = [1 - r(2h)] [1 - 2r^2(h) + r(2h)]$$

Como el primer factor es positivo (o nulo) la condición a cumplirse ( $\Delta_3 \geq 0$ ) se reduce a:

$$\Delta(h) = [1 - 2r^2(h) + r(2h)] \geq 0$$

Vamos a utilizar esta expresión para formar el coeficiente de correlación de una función aleatoria estacionaria.

#### 10) ESPECTRO DE UNA FUNCIÓN ALEATORIA ESTACIONARIA

La función cosinusoidal

$$\cos \omega h$$

en la que  $\frac{\omega}{2\pi}$  es una frecuencia y  $h$  un intervalo de tiempo, es una forma posible para un coeficiente de autocorrelación  $r(h)$  de una función aleatoria estacionaria.

En efecto:

- $\Delta_2 = 1 - \cos^2 \omega h = \sin^2 \omega h \geq 0$
- $\Delta_3 = (1 - 2 \cos^2 \omega h + \cos 2\omega h) (1 - \cos 2\omega h) = 0$
- por consiguiente

$$\Delta_p = 0 \quad \text{con } p \geq 3$$

puesto que  $\Delta_p \leq \Delta_{p+1}$ .

Así todas las condiciones de coherencia se satisfacen y lo hacen por igualdad a partir de la tercera.

La función aleatoria correspondiente al coeficiente de correlación  $\cos \omega h$  podría llamarse un oscilador elemental de frecuencia  $\frac{\omega}{2\pi}$ .

Puede representarse por un conjunto de osciladores que tienen todos la misma frecuencia pero de fases diferentes, distribuidas al azar:

$$X = A \cos (\omega t + \Phi).$$

donde  $A$  es un número puramente aleatorio cualquiera ( $\bar{A} = 0$ ),  $\omega$ , un número cierto y  $\Phi$  un ángulo aleatorio (comprendido entre 0 y  $2\pi$ ) distribuido uniformemente en el intervalo  $(0, 2\pi)$  y sin correlación con  $A$ . Es decir, tal que la probabilidad de que  $\Phi$  esté comprendida en el intervalo  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$  es igual a  $\frac{d\varphi}{2\pi}$  y que, además, la covariancia  $\overline{A\Phi}$  sea nula.

Para convencerse basta calcular la covariancia

$$\begin{aligned} \overline{X/t_1, X/t_2} &= \overline{A^2 \cos (\omega t_1 + \Phi) \cos (\omega t_2 + \Phi)} \\ &= \frac{\overline{A^2}}{2} \{ \overline{\cos \omega h} + \overline{\cos [\omega (t_1 + t_2) + 2\Phi]} \} \\ &= \frac{\overline{A^2}}{2} \cos \omega h \end{aligned}$$

puesto que

$$\overline{\sin \Phi} = \overline{\cos \Phi} = 0$$

(siendo  $\Phi$  de distribución uniforme).

La variancia es:

$$\overline{(X/t)^2} = \frac{\overline{A^2}}{2}$$

De donde, efectivamente

$$r(h) = \cos \omega h$$

Tomemos ahora un conjunto discreto de osciladores de frecuencias distantes, numeradas 0, 1, 2, ...,  $p$  (correspondiendo el cero a una frecuencia nula).

Afectemos a cada uno de ellos los "pesos" o intensidades:

$$a_0^2; a_1^2; a_2^2; \dots, a_p^2$$

de manera que la suma total de los pesos sea igual a la unidad.

(Estos pesos  $a_i^2$  no son sino las proporciones de osciladores de cada clase de la mezcla que constituye el conjunto).

Y bien, la función

$$a_0^2 + a_1^2 \cos \omega_1 h + a_2^2 \cos \omega_2 h + \dots + a_p^2 \cos \omega_p h$$

que para simplificar designaremos por:

$$r = \overline{\cos \Omega h}$$

(designando en este caso  $\frac{\Omega}{2\pi}$  una frecuencia aleatoria, capaz de tomar los valores discretos  $\frac{1}{2\pi} \{0; \omega_1; \omega_2; \dots; \omega_p\}$  con los pesos respectivos  $a_0^2, a_1^2, \dots, a_p^2$ ), satisfice a todas las condiciones de coherencia, Verifiquémoslo directamente para la 2ª y 3ª condiciones. Para esto se usará la desigualdad general:

$$\overline{A^2} \leq \overline{A}^2$$

siendo  $\overline{A}$  un número aleatorio cualquiera, que resulta de la igualdad de SCHWÄRZ.

En efecto, se tiene:

- a)  $\Delta_2 = 1 - \overline{\cos \Omega h^2} \geq 1 - \overline{\cos^2 \Omega h} = \overline{\sin^2 \Omega h} \geq 0$
- b)  $\Delta(h) = 1 - 2 \overline{\cos \Omega h^2} + \overline{\cos 2 \Omega h}$   
 $= 1 - 2 \overline{\cos \Omega h^2} + \overline{2 \cos^2 \Omega h} - 1$   
 $= 2 \overline{(\cos^2 \Omega h - \cos \Omega h^2)} \geq 0$

Para establecer el hecho de una manera general es cómodo recurrir a la teoría de las formas cuadráticas. Consideremos la forma cuadrática:

$$Q(\Omega) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \dots + \lambda_n^2 + 2 r_{12} \lambda_1 \lambda_2 + \dots + r_{ij} \lambda_i \lambda_j + \dots$$

donde las  $\lambda_i$  son variables ciertas y donde las  $r_{ij}$  son iguales a:

$$r_{ij} = \cos [\Omega (j - i) h]$$

(coeficientes de correlación entre valores regularmente espaciados en el intervalo de tiempo  $h$  de un oscilador aleatorio de frecuencia  $\Omega$ ).

El discriminante de esta forma cuadrática no es sino el determinante  $\Delta_n$  de los coeficientes de correlación  $r_{ij}$ . Sabemos que es siempre positivo o nulo (nulo a partir de  $n = 3$ ).

Luego, la forma cuadrática  $Q(\Omega)$  es definida no negativa.

Si, ahora,  $\Omega$  fuese un número aleatorio y formásemos el valor probable:

$$\overline{Q(\Omega)}$$

(con los pesos  $a_i^2$  que corresponden a cada valor posible  $\omega_i$  de  $\Delta$ ) es evidente que la nueva forma cuadrática obtenida mediante esta operación:

$$\overline{Q(\Omega)} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \dots + \lambda_n^2 + 2 \lambda_1 \lambda_2 \overline{r_{12}} + \dots + 2 \lambda_i \lambda_j \overline{r_{ij}} + \dots$$

no será jamás negativa.

Por consiguiente, ese discriminante, que es el determinante de los coeficientes de correlación  $\overline{r_{ij}}$ , es positivo o nulo. Luego:

$$\overline{r(h)} = \overline{\cos \Omega h}$$

es una función de autocorrelación coherente.

OBSERVACIÓN. — Es evidente, además, que la demostración precedente se aplica a toda combinación lineal de funciones de autocorrelación elementales coherentes y que la propiedad no es un privilegio exclusivo de la función

$$\cos \omega h$$

Por el momento recordemos que el desarrollo

$$\overline{r}(h) = \overline{\cos \Omega h} = \sum_{i=0}^p a_i^2 \cos \omega_i h \left( \sum_{i=0}^p a_i^2 = 1 \right)$$

(pudiendo  $p$  ser también infinito) representa un coeficiente de autocorrelación.

La función aleatoria correspondiente puede ser representada por el desarrollo

$$X/t = A_0 + A_1 X_1/t + \dots + A_p X_p/t$$

donde  $X_1 \dots X_p$  son los osciladores elementales (reducidos) de frecuencias

$$\frac{\omega_1}{2\pi}, \dots, \frac{\omega_p}{2\pi}$$

$A_0, A_1, \dots, A_p$ , números aleatorios, no correlacionados entre sí,  $\overline{A_i A_j} = 0$  si  $i \neq j$ , cuyas variancias  $\overline{A_0^2}, \overline{A_1^2}, \dots, \overline{A_p^2}$  son iguales, respectivamente, a los pesos  $a_0^2, a_1^2, \dots, a_p^2$ .

El desarrollo de  $\overline{r}(h)$ , par la posibilidad de hacerse infinito, se parece a una serie (par) de Fourier, pero es más general porque no se ha supuesto que las frecuencias sean múltiplos de una misma frecuencia elemental. Los  $\omega_i$  pueden muy bien ser incommensurables entre sí. Mientras que la serie de Fourier representa una función periódica, el desarrollo de  $\overline{r}(h)$  corresponde en el caso general a una función cuasi-periódica.

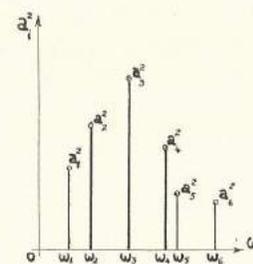


FIG. 7.

Pero lo más interesante desde el punto de vista conceptual, es que la forma a la que hemos llegado para  $r(h)$  (a partir de este momento dejaremos de colocar el signo trazo sobre  $r$ , por resultar inútil ahora

esta notación) implica ipso facto la noción de espectro de una función aleatoria.

En efecto, si sobre el eje de las abscisas llevamos el parámetro  $\omega$  (o pulsación, siendo  $\frac{\omega}{2\pi}$  la frecuencia) y sobre el eje de las ordenadas los "pesos" (o intensidades) de las oscilaciones elementales componentes, se obtiene, Fig. 4, una serie de líneas de longitud igual a su intensidad. Es cabalmente la imagen de lo que en óptica se llama un espectro de líneas (cuando se ha examinado el espectro experimental mediante un espectrofotómetro).

#### 11) ESPECTRO CONTINUO Y ESPECTRO DE BANDAS

Todavía podemos generalizar la noción de espectro aleatorio.

En lugar de un conjunto *discreto* de osciladores (aun alcanzando la potencia infinita numerable) tomamos un conjunto que tenga la potencia del continuo (la de los puntos de la semi-recta euclidiana positiva). A las pulsaciones elementales comprendidas entre  $\omega$  y  $\omega + d\omega$ , les atribuimos una intensidad:  $\varphi(\omega)d\omega$  siendo  $\varphi(\omega)$  una función no negativa y tal que:

$$\int_0^{\infty} \varphi(\omega) d\omega = 1$$

En este caso, la función (de  $h$ ):

$$\int_0^{\infty} \varphi(\omega) \cos \omega h d\omega$$

es un coeficiente de autocorrelación  $r(h)$  coherente.

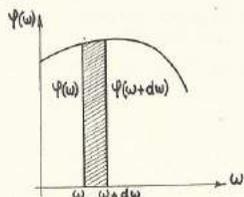


FIG. 8.

El espectro de la función aleatoria correspondiente será un *espectro continuo* representado por la curva  $\varphi(\omega)$  en función de  $\omega$ , Fig. 8. La intensidad de la banda de frecuencias  $(\omega, \omega + d\omega)$  es el área del rectángulo elemental

$$[\omega, \omega + d\omega; \varphi(\omega), \varphi(\omega + d\omega)]$$

Por último, lograremos la mayor generalidad combinando un espectro de líneas con un espectro continuo, y obtendremos así un espectro de bandas, Fig. 9. En esta forma la analogía con los espectros de la Óptica es completa.

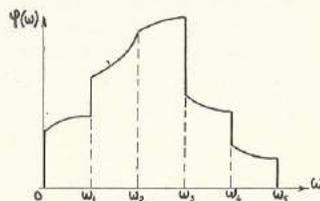


FIG. 9.

Y de ahora en adelante está permitido hablar de las funciones aleatorias en el *lenguaje de las vibraciones*, o más bien, como diremos preferentemente, en el *lenguaje de las ondas*, como en el caso de la luz.

Para expresar matemáticamente el caso complejo del espectro de bandas, se introduce una función  $F(\omega)$  tal que:

$$F(0) = 0$$

$$F(\infty) = 1$$

$$dF(\omega) = \varphi(\omega) d\omega, \text{ en las partes continuas del espectro}$$

$$dF(\omega) = a_i^2, \text{ cuando el espectro presenta una discontinuidad en el punto } \omega_i.$$

Entonces se puede escribir de una manera completamente general,

$$r(h) = \int_0^{\infty} \cos \omega h dF(\omega)$$

Esta es la notación de la llamada *integral de STIELTJES*.

Debe observarse que ahora  $\int_0^{\infty} \varphi(\omega) d\omega$  no es igual a 1. puesto que:

$$F(\infty) - F(0) = \int_0^{\infty} dF(\omega) = \int_0^{\infty} \varphi(\omega) d\omega + \sum_{i=0}^p a_i^2 = 1$$

El pasaje de la curva de correlación  $r(h)$  a la curva espectral puede hacerse mediante una operación matemática, llamada *inversión de FOURIER* (que generaliza el cálculo de los coeficientes de la serie de FOURIER), sobre la que no nos detendremos aquí. Diremos solamente que es una especie de análisis armónico generalizado, que podría llamarse *análisis periodal* porque tiene por objeto descubrir los periodos, mientras que el análisis armónico los supone a priori.

#### 12) PERIODICIDAD

El coeficiente de autocorrelación  $r(h)$  es necesariamente igual a 1 para  $h = 0$ .

¿Podría ser que tomara otra vez el valor 1, para un cierto valor  $\tau$  de  $h$  ( $\tau \neq 0$ )?

Si es así, la tercera condición de coherencia:

$$\Delta_3 = [1 - r^2(h) - r^2(k) - r^2(h+k) + 2r(h)r(k)r(h+k)] \geq 0$$

aplicada a los puntos:  $t, t + \tau, t + h + \tau$  es decir  $k = \tau$ , se escribe:

$$[r(h) - r(h + \tau)]^2 \leq 0.$$

lo que no puede ser, salvo que:

$$r(h + \tau) = r(h).$$

Lo que quiere decir que  $r(h)$  es una función periódica de período  $\tau$ . Recíprocamente, es fácil demostrar (eligiendo la cuarta condición de coherencia  $\Delta_4 \geq 0$ ) que si  $r(h)$  es periódica, de período  $\tau$ , resulta:

$$r(\tau) = \pm 1.$$

Se puede demostrar también que si  $r(h)$  toma una vez el valor  $-1$  (sea  $r(\tau) = -1$ ), necesariamente es una función periódica (de período  $2\tau$ ).

En la representación espectral, este caso de periodicidad corresponde a aquel en que todas las frecuencias componentes son múltiplos de una misma frecuencia fundamental. Entonces el desarrollo de  $r(h)$  es una serie de Fourier (ordinaria):

$$r(h) = a_0^2 + a_1^2 \cos \omega h + a_2^2 \cos 2\omega h + \dots + a_p^2 \cos p\omega h + \dots$$

con:

$$\sum_0^{\infty} a_i^2 = 1$$

El espectro es discontinuo; consiste en las líneas:

$$0, \omega, 2\omega, \dots, p\omega, \dots$$

Si  $r(h)$ , sin alcanzar los valores  $\pm 1$  para un cierto valor  $h = \tau$ , se aproxima sin embargo mucho a ellos, es casi periódica. Su espectro consiste en las líneas discretas:

$$0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_p, \dots$$

que no son conmensurables entre sí.

### 13) DIVERSAS FORMAS DE LA CURVA DE AUTO-CORRELACIÓN.

Las formas que toma la curva  $r(h)$  están íntimamente ligadas con la posibilidad de la *previsión* del elemento estudiado; de donde surge el enorme interés del estudio de estas formas (que se pueden obtener por vía experimental).

La forma más rudimentaria del coeficiente de auto-correlación es la función:

$$r(h) = 1 \text{ para } h = 0$$

$$r(h) = 0 \text{ para } h \neq 0$$

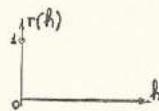


FIG. 10.

A la función aleatoria correspondiente la llamaremos *función aleatoria sin conexión* (o *inconex*). Por ejemplo, es el caso en el que las medidas (o pruebas) son las tiradas de bola de la ruleta (azar puro), o los números de TIPPET (construidos por el estadístico inglés de ese nombre para representar el azar puro tan perfectamente como sea posible) u otros análogos; o también, los decimales del número  $\pi$  (aunque cada uno de éstos resulte de un cálculo regular y perfectamente predefinido).

Esta forma de  $r(h)$  excluye toda posibilidad de previsión del fenómeno. En este caso debemos conformarnos con las *previsiones estadísticas*

que resultan de la *ley de los grandes números* (lo que no es una *previsión*, hablando propiamente). Se puede decir que el Cálculo de Probabilidades, en su sentido clásico, tiene por objeto precisamente el estudio de las funciones aleatorias sin conexión. Se ve entonces cuánto más extenso es el objeto del cálculo aleatorio que aquél y cómo las dos disciplinas no deben ser confundidas, sobre todo desde el punto de vista conceptual y doctrinal.

Una forma un poco más evolucionada de  $r(h)$  es una curva análoga a la exponencial decreciente, Fig. 11.

$$e^{-\omega(h)}$$

(con tangente *no horizontal* en el punto  $(0,1)$ ).

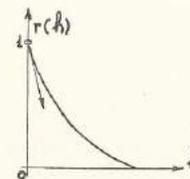


FIG. 11.

Este caso está realizado por el movimiento browniano<sup>4</sup>. Entonces, son los incrementos sucesivos de la función aleatoria los que son independientes y no los valores sucesivos de la función. Estos valores, que son las sumas de los incrementos, presentan una cierta conexión entre ellos y es posible una *previsión*.

Pero esta *previsión* estará siempre afectada por una incertidumbre intrínseca, irreductible cualquiera que sea la precisión de las medidas. A las funciones aleatorias de este tipo podría dárseles el nombre de *funciones brownianas*.

Llegamos ahora al caso más interesante para las aplicaciones al pronóstico. Es aquel en que  $r(h)$  presenta una tangente horizontal en el punto  $(0,1)$  y mejor aún aquel en que el contacto es de orden elevado (existencia de elementos de curvatura de orden superior).

Cuando  $r(h)$  admite en el punto  $(0,1)$  derivadas de todos los órdenes, la función aleatoria correspondiente se llama analítica. Su *previsión* es teóricamente cierta<sup>5</sup>. No está limitada más que por la precisión de las observaciones.

Se pueden tener curvas: a) onduladas (Fig. 12) y esto deja sospechar la existencia de periodicidades físicas; b) o amortiguadas (Fig. 13) que corresponden a fenómenos que van debilitándose siempre, como el amortiguamiento aperiódico.

Se encuentran  $r(h)$  analíticas en Mecánica de los flúidos turbulentos y en Meteorología (particularmente para la presión barométrica y tam-

<sup>4</sup> Podemos así decir que, en el flúido, el inconexo corresponde a la molécula y función browniana al gránulo de una solución coloidal, y que la función derivable un cierto número de veces, en particular analítica, corresponde al caso de partículas flúidas de varias dimensiones.

<sup>5</sup> Los matemáticos dirían rigurosamente: *casi cierta* para exceptuar los casos que forman «un conjunto de medida nula» excepción sin valor práctico para las aplicaciones.

bién para la temperatura, pero no para la lluvia, a menos que ésta se halle "sinoptizada" por promedios).

Por otra parte, tomando promedios de elementos caprichosos, siempre se puede aproximar tanto como se desea al caso de las funciones aleatorias analíticas, y por consiguiente previsibles. Pero se sobreentiende que la previsión no alcanzará más que a los promedios (y no al valor obtenido en una prueba particular). Para las aplicaciones es necesario establecer un término medio entre las posibilidades de previsión y las exigidas por quienes utilizan las previsiones.

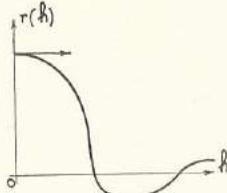


FIG. 12.

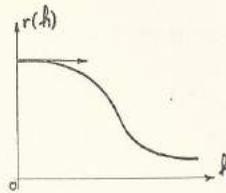


FIG. 13.

Las formas rigurosamente periódicas de  $r(h)$  no se encuentran en los fenómenos naturales, pero se hallan formas casi periódicas. El ejemplo más notable de éstas viene dado por los números de WOLF y WOLFER que expresan la superficie total de las manchas solares. Su casi período, muy regular, resulta en la curva de correlación como un poco superior a 11 años, cifra muy concordante con el promedio observado de períodos sucesivos.

Siempre en el caso analítico señalemos la función (límite) cuyo coeficiente de correlación es:

$$r(h) = 1$$

para todo  $h$ , representado, Fig. 14, por una recta horizontal.

La función aleatoria correspondiente se llama una constante aleatoria. En Mecánica aleatoria desempeña un papel teórico importante,

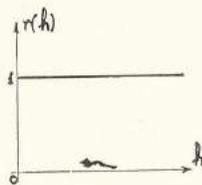


FIG. 14.

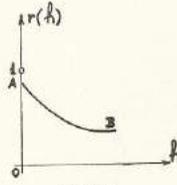


FIG. 15.

análogo al de las integrales primeras del movimiento en Mecánica cierta. Pero, al igual que las funciones (rigurosamente) periódicas no se encuentra en los fenómenos naturales.

Finalmente, para terminar, indiquemos, de paso, la forma (teóricamente posible) en la que  $r(h) = 1$  para  $h = 0$ , Fig. 15, pero es discon-

tinua en este punto y se continúa por una rama de curva  $AB$ , teniendo a una ordenada inferior a 1.

Este caso es una mezcla del inconex y de la función browniana. Es menos previsible que la función browniana y para las aplicaciones su interés resulta muy mediocre.

Podría encontrárselo en el juego de la ruleta cuando la mesa de juego está mal equilibrada, o de una manera general en los juegos de azar que no realizan sino imperfectamente las condiciones del azar puro (dados deformados, cartas mal mezcladas, trampa, etc.).

#### 14) EL ESPACIO DE LOS NÚMEROS ALEATORIOS

Si, hablando prácticamente, hemos identificado los números aleatorios (definidos en un intervalo de base  $N$ ) con los vectores de un espacio euclidiano de  $N$  dimensiones, hemos dejado entender que teóricamente era preferible considerarlos como vectores en el espacio de HILBERT ( $N = \infty$ ).

En efecto, en Matemáticas es un método extensivo el que tiende a establecer la continuidad, ya que el continuo es más simple de tratar que el discreto. Así, el Análisis es más simple que la Aritmética. Por ejemplo: dos números reales son siempre divisibles entre sí, mientras que dos números enteros no siempre lo son<sup>6</sup>.

En realidad, es cómodo razonar en el espacio de HILBERT, mientras que en las aplicaciones no se opera sino con espacios de un número  $N$  (relativamente grande pero no infinito de dimensiones).

Una vez efectuado el esfuerzo de concebir un espacio de  $N$  dimensiones ( $N > 3$ ), no es difícil concebir un espacio de infinitas dimensiones.

Porque desde el momento que se ha pasado el número 3 de dimensiones, ya no tenemos más una representación concreta, o mejor dicho, material.

Sin embargo, una figura geométrica, sumergida en un espacio de  $N$  dimensiones (como un hiperpoliedro) siempre puede ser perfectamente bien representada por sus proyecciones sobre los planos coordenados, de la misma manera que la geometría descriptiva representa un sólido de tres dimensiones por un plano que reúne dos proyecciones. Por otra parte, la representación de objetos de más de tres dimensiones, sobre una tela plana, ha sido el fin de ciertos pintores futuristas, cuyas obras parecen absolutamente desprovistas de sentido para un profano.

Las personas que "ven en el espacio" imaginan el sólido de tres dimensiones a través del plano; pero los que no tienen esta visión no imaginan otra cosa que el conjunto de las dos proyecciones planas del plano, ligadas entre sí por ciertas reglas. Por lo tanto, en la práctica, el plano rinde los mismos servicios a unos y otros.

Volvamos ahora al concepto de números aleatorios tomados como vectores del espacio de HILBERT. El solo hecho de que el producto cierto de dos números aleatorios se identifique con el producto escalar

<sup>6</sup> Lo que no es rechazar la utilidad de la teoría de la divisibilidad íntimamente ligada a la Teoría de las Estructuras.

de dos vectores, basta para crear el isomorfismo (o identidad del espacio de los números aleatorios y del espacio de HILBERT).

Entonces, en Cálculo aleatorio podremos emplear, sin temor a equivocaciones, el lenguaje geométrico que utilizamos para los vectores (o los puntos, que es lo mismo) del espacio de HILBERT, y esto es particularmente cómodo para explicar, descubrir y aplicar.

Por otra parte, la intuición geométrica que poseemos para los espacios euclidianos de 2 y 3 dimensiones puede extenderse sin riesgo de error a todo espacio (euclidiano) de  $N$  dimensiones, aun al espacio de HILBERT (y sin duda, también a otros espacios de una infinidad de dimensiones que no sean el de HILBERT). Esta analogía geométrica (de las formas) constituye, pues, una guía (o brújula) de un valor inestimable para conducirnos en los espacios de un número muy grande de dimensiones.

15) DERIVABILIDAD ALEATORIA

Utilizando este recurso consideremos todos los números puramente aleatorios (prácticamente todas las magnitudes físicas medidas).

Estos son los vectores de longitud  $\sigma$  (desvío tipo), que tienen su origen en el centro del sistema de ejes coordenados, en el espacio de HILBERT, o también los puntos que son los extremos de esos vectores.

Una función puramente aleatoria será, pues, el lugar de esos puntos, o curva, recorrida según una cierta ley en función del tiempo  $t$ , es decir, una trayectoria. Si se tiene alguna dificultad en imaginar una trayectoria en el espacio de HILBERT, siempre se podrá recurrir a la imagen de una proyección de esta curva sobre uno de los planos coordenados, que no es después de todo, sino una vulgar trayectoria plana.

Limitémonos a las funciones aleatorias estacionarias. Esta restricción no es de ninguna manera esencial, y no se hace más que para simplificar la exposición, ya que en las explicaciones nos atenderemos siempre a este caso. Designemos por  $X/t$  (no diremos más  $X'/t$  para simplificar la escritura) el punto representativo móvil que describe una trayectoria que representa una función puramente aleatoria.

Como en cinemática clásica, llamaremos *velocidad* del punto en su trayectoria, al límite (si existe) de la relación incremental:

$$\frac{X/t + h - X/t}{h} \text{ cuando } h \rightarrow 0$$

A este límite  $\dot{X}/t$  lo llamaremos derivada aleatoria (primera) de la función aleatoria  $X/t$ .

Si por el origen de coordenadas se lleva un vector equipolente al vector  $\dot{X}/t$ , la extremidad de éste describirá una hodógrafa, para la cual se podrá definir a su vez una velocidad que será el límite (si existe) de:

$$\frac{\dot{X}/t + h - \dot{X}/t}{h} \text{ cuando } h \rightarrow 0$$

Este límite será la derivada aleatoria (segunda) de la función aleatoria  $X/t$  y la designaremos por  $\ddot{X}/t$  (es la aceleración del punto móvil en el espacio de HILBERT).

Y así sucesivamente mientras existan los límites. Pero, finalmente, nos falta un criterio para juzgar sobre la existencia de estos límites, y ese criterio debe apoyarse solamente en números ciertos, pues no sabemos calcular (en las aplicaciones prácticas) sino sobre números ciertos.

Este criterio — que podría ser otro — será el límite (o convergencia) en media cuadrática sobre el que vamos a hablar ahora.

16) CONSECUENCIAS DE LA ELECCIÓN DEL LÍMITE EN MEDIA CUADRÁTICA.

Estando identificado el producto escalar de dos vectores  $X$  e  $Y$  con su covariancia:

$$\overline{XY} = \mu_{xy} = r_{xy} \sigma^2,$$

siendo  $\sigma$  el desvío tipo común de  $X$  e  $Y$ , que para simplificar hemos supuesto de la misma variancia  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ , resulta que:

a) la distancia  $d$  de las extremidades de los vectores  $X$  e  $Y$  tiene por cuadrado:

$$d^2 = \sqrt{(Y - X)^2} = 2 \sigma^2 (1 - r_{xy})$$

b) el ángulo  $\hat{X}, Y$  de los dos vectores  $XY$  tiene su coseno

$$\cos \alpha = \cos \hat{XY} = \frac{\overline{XY}}{\sigma^2} = r_{xy}$$

La fórmula:

$$d^2 = 2 \sigma^2 (1 - r_{xy})$$

que se escribe en términos geométricos

$$d^2 = 2 \sigma^2 (1 - \cos \alpha)$$

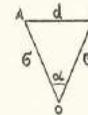


FIG. 16.

no es sino la relación métrica bien conocida del triángulo (en este caso de un triángulo isósceles), Fig. 16.

Supongamos ahora que los vectores  $X$  e  $Y$  sean los vectores infinitamente próximos  $X/t$  y  $X/t + dt$  ( $dt = h$ ), que corresponden a dos valores de la función aleatoria  $X/t$ . El arco infinitésimo  $\overline{AB}$ , que une las extremidades de estos vectores es el elemento de arco  $ds$  de la trayectoria del punto  $X/t$ .

La velocidad del punto móvil tiene por cuadrado:

$$S^2 = \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \sigma^2 (1 - r(h))}{h^2}$$

Para que este límite exista es necesario, pues, que el coeficiente de autocorrelación se desarrolle en la forma:

$$r(h) = 1 - \frac{S^2}{2\sigma^2} h^2 + \dots,$$

es decir, que la curva  $r(h)$  presente una tangente horizontal en el punto  $(0,1)$ ; ya que se puede demostrar que debe ser  $1 - r(h) = O(h^2)$ .

Por otra parte, se demuestra que esta condición es suficiente para que  $X/t$  sea derivable, y este género de derivación generalizada se llama derivación en *media cuadrática*.  $S^2$  es la variancia  $\overline{X^2}$  de la derivada.

La función aleatoria derivada  $\dot{X}/t$  no está lo bastante definida por su desvío tipo  $S$ . Para conocerla completamente es necesario determinar su función de autovariancia. Evidentemente, es el límite de

$$\frac{(X/t + 2h - X/t + h)(X/t + h - X/t)}{h^2} \text{ cuando } h \rightarrow 0$$

Desarrollando, se encuentra:

$$-\sigma^2 \frac{1 - 2r(h) + r(2h)}{h^2}$$

cuyo límite es:

$$-\sigma^2 \frac{d^2 r(h)}{dh^2}$$

Es notable que entre la autovariancia de una función y la de su derivada *primera* exista la relación de una función con su derivada *segunda*.

Por consiguiente, el coeficiente de autocorrelación de  $\dot{X}/t$  es:

$$\rho(h) = -\frac{\sigma^2}{S^2} \frac{d^2 r}{dh^2} = 1 - \dots$$

Si ahora, la función aleatoria derivada  $\dot{X}/t$  admite una derivada  $\ddot{X}/t$  cuyo desvío tipo es  $T$ ,  $\rho(h)$  debe tener la forma:

$$\rho(h) = 1 - \frac{T^2}{2S^2} h^2 + \dots$$

lo que nos permite extender hasta el término de cuarto orden el desarrollo de  $r(h)$ , que la derivada primera no permitía extender más que hasta el de segundo orden. Se tiene:

$$r(h) = 1 - \frac{S^2}{\sigma^2} \frac{h^2}{2} + \frac{T^2}{\sigma^2} \frac{h^4}{24} \dots$$

Si la derivación es posible indefinidamente, resulta que el desarrollo de  $r(h)$  es el siguiente, designando por  $S_0(S_0 = \sigma)$ ,  $S_1(S_1 = S)$ ,

$S_2(S_2 = T) \dots S_n$ , los desvíos tipo de la función y de sus derivadas sucesivas:

$$r(h) = 1 - \frac{S_1^2}{S_0^2} \frac{h^2}{2} + \frac{S_2^2}{S_0^2} \frac{h^4}{4!} + \dots + (-1)^n \frac{S_n^2}{S_0^2} \frac{h^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

17) CINEMÁTICA HILBERTIANA

Consideremos la función aleatoria  $X/t$  como un punto que describe una trayectoria en el espacio de Hilbert. Podemos establecer para este punto móvil fórmulas de cinemática completamente análogas a las de la cinemática en el espacio de tres dimensiones.

En primer lugar, la velocidad es:

$$v = \frac{ds}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \sigma \sqrt{\frac{2(1 - r(h))}{h^2}}$$

puesto que el cuadrado de distancia entre dos puntos  $(X/t, X/t + h)$  es (ver párrafo 15),

$$d^2 = 2\sigma^2[1 - r(h)]$$

será

$$v = \frac{ds}{dt} = S$$

La velocidad del punto representativo es igual al desvío tipo de la derivada primera.

Como  $S$  es una constante, la aceleración tangencial es nula. La aceleración es pues totalmente normal. Siendo su valor igual a la velocidad del punto  $X/t$  de la hodógrafa, ella es igual a  $T$ , desvío tipo de la derivada segunda. Así,

$$\gamma = \gamma_n = T$$

Calculemos ahora el *radio de curvatura* de la trayectoria hilbertiana. Se lo obtiene como límite del radio del círculo circunscrito al triángulo, Fig. 17:

$$X/t, X/t + h, X/t + h + k$$

cuando  $h$  y  $k$  tienden simultánea e independientemente a cero.

Ahora bien, según la definición de la distancia, los lados del triángulo tienen como partes principales:

$$a = Sh - \frac{T^2}{S} \frac{h^3}{24}$$

$$b = Sh - \frac{T^2}{S} \frac{k^3}{24}$$

$$c = S(h + k) - \frac{T^2}{S} \frac{(h + k)^3}{24}$$

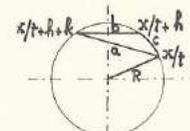


FIG. 17.

Para obtener el área  $\Sigma$  del triángulo de lados  $a, b, c$  empleemos la fórmula de Geometría elemental:

$$\Sigma = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

donde

$$2p = a + b + c$$

Se tiene

$$p = S(h+k) - \frac{T^2}{48S} [h^3 + k^3 + (h+k)^3]$$

$$p - a = Sk + \dots$$

$$p - b = Sh + \dots$$

$$p - c = \frac{T^2}{16S} hk(h+k)$$

(Nótese que  $p - c$ , es un infinitésimo de orden mayor que los otros términos, porque el triángulo es muy aplastado).

Resulta del cálculo que

$$\Sigma = \frac{1}{4} SThk(h+k)$$

Empleamos ahora la fórmula que da el radio del círculo circunscrito:

$$R = \frac{abc}{4\Sigma}$$

Como:

$$abc = S^3hk(h+k)$$

Resulta:

$$R = \frac{S^2}{T}$$

(el límite es independiente del modo como el triángulo se reduce a un punto).

Puesto que  $\gamma_n = T$  podemos escribir:

$$\gamma_n = \frac{v^2}{R}$$

lo que extiende a la cinemática hilbertiana la fórmula ya conocida de la aceleración centrípeta.

La trayectoria hilbertiana más simple corresponde a la función aleatoria (oscilador aleatorio de frecuencia cierta  $\frac{\omega}{2\pi}$ ) cuyo coeficiente de autocorrelación es:

$$r(h) = \cos \omega h$$

Esta trayectoria es plana porque  $\Delta_g = 0$  (lo que significa que  $X/t, X/t+h, X/t+h+k$  son coplanares).

Además, su radio de curvatura:

$$R = \frac{S^2}{T} = \frac{\sigma^2 \omega^2}{\sigma \omega^2} = \sigma \text{ constante.}$$

Entonces es una circunferencia, y es descrita por el punto móvil  $X/t$  con movimiento uniforme (de velocidad lineal  $S = \omega \sigma$ , es decir de velocidad angular  $\omega$ ).

#### 18) ONDA Y CORPÚSCULO

Hemos obtenido dos formas equivalentes del desarrollo del coeficiente de autocorrelación de una función aleatoria analítica estacionaria:

$$r(h) = \cos \bar{\Omega}h = 1 - \frac{\bar{\Omega}^2}{2} h^2 + \frac{\bar{\Omega}^4}{4!} h^4 - \dots + (-1)^n \frac{\bar{\Omega}^{2n}}{(2n)!} h^{2n} + \dots \quad [0]$$

$$r(h) = 1 - \frac{S_1^2}{S_0^2} \frac{h^2}{2} + \frac{S_2^2}{S_0^2} \frac{h^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{S_n^2}{S_0^2} \frac{h^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad [c]$$

Es interesante detenerse un instante en el sentido físico atribuido a cada uno de estos desarrollos.

El desarrollo [o] corresponde a la representación de una función aleatoria por un conjunto de "ondas" de frecuencias  $\Omega/2\pi$  distribuidas según una cierta ley de repartición  $F(\omega)$  llamada espectro; este es el punto de vista ondulatorio.

Complementariamente, el desarrollo [c] corresponde a la representación de una función aleatoria mediante el movimiento de un punto móvil, en el espacio de Hilbert, según una trayectoria; es el punto de vista corpuscular.

La reunión de ambos puntos de vista muestra, para decirlo brevemente, que un corpúsculo está dotado de un espectro.

Este hecho matemático que relaciona la Mecánica aleatoria con las Nuevas Mecánicas, excede visiblemente el dominio propio de la Física Atómica y se extiende a todos los fenómenos naturales. En particular, en Meteorología, las perturbaciones atmosféricas pueden describirse como si fueran el movimiento de cuerpos aéreos o macro partículas, o como si fueran la evolución de un sistema o paquete de ondas (ondas barométricas, por ejemplo).

La identificación de los desarrollos [o] y [c] permite obtener una serie de relaciones generales entre los elementos de la onda y los del corpúsculo. La primera es:

$$\frac{\bar{\Omega}^2}{S_0^2} = \frac{S_1^2}{S_0^2} = \frac{S^2}{\sigma^2}$$

que para una frecuencia cierta se reduce a:

$$\omega = \frac{S}{\sigma}$$

La dualidad onda-corpúsculo se relaciona aquí con el hecho de que un movimiento circular uniforme (corpúsculo) puede describirse también por una oscilación pendular (onda).

De una manera general se establece la relación:

$$\overline{\Omega^{2n}} = \left( \frac{S_n}{S_0} \right)^2$$

De ella se puede deducir una serie de desigualdades notables que deben verificar los  $S_n$ . En efecto, partamos de la desigualdad de Schwarz. entre los momentos de la función espectral y los desvíos de tipo de las derivadas sucesivas ( $S_n$ ).

$$\overline{(AB)^2} \leq \overline{A^2} \overline{B^2}$$

y pongamos:

$$A = \Omega^{n-2}, B = \Omega^n$$

La desigualdad resulta:

$$\overline{(\Omega^{2n-2})^2} \leq \overline{\Omega^{2n-4}} \overline{\Omega^{2n}}$$

es decir, también,

$$S_{n-1}^2 \leq S_{n-2} S_n$$

En particular, la primera de estas desigualdades se escribe:

$$S^2 \leq \sigma T$$

El conjunto de las condiciones de coherencia que debe satisfacer una función  $r(h)$  para ser el coeficiente de autocorrelación de una función aleatoria analítica equivale al conjunto de las condiciones:

$$S_{n-1}^2 \leq S_{n-2} S_n$$

Las condiciones de coherencia poseen la notable propiedad siguiente: Si una cualquiera de ellas satisface a la igualdad,

$$S_{n-1}^2 = S_{n-2} S_n$$

todas las otras se satisfacen también por la igualdad.

En efecto, en términos de ondas, esto significa:

$$\overline{(\Omega^{2n-2})^2} = \overline{\Omega^{2n-4}} \overline{\Omega^{2n}}$$

o bien, poniendo  $A = \Omega^{n-2}$  ;  $B = \Omega^n$ :

$$\overline{AB^2} = \overline{A^2} \overline{B^2}$$

relación que vale solamente, si:

$$B = \omega^2 A$$

( $\omega$  número cierto), es decir, si:

$$\Omega^n = \omega^2 \Omega^{n-2}$$

o, aun si:

$$\Omega^2 = \omega^2$$

es decir, si el número aleatorio  $\Omega$  se reduce a un número cierto  $\omega$ .

Pero entonces todas las desigualdades de coherencia se satisfacen evidentemente por el signo igual; la función aleatoria correspondiente es el oscilador aleatorio a frecuencia cierta:

$$X/t = C \cos(\omega t + \Phi)$$

19) CONTINUIDAD ALEATORIA.

Nos hemos ubicado en seguida en el caso *ideal* de la derivabilidad en media cuadrática, el único del que esperamos aplicaciones prácticas a la Meteorología. Pero pueden considerarse casos menos regulares y a priori no sabemos si no serán utilizables algún día. Por lo tanto vamos a enumerarlos.

En lugar de una trayectoria <sup>7</sup> continua, Fig. 18, descrita en un movimiento regular (por otra parte uniforme en el caso de las funciones aleatorias estacionarias), se pueden concebir trayectorias quebradas, como el vuelo de una avispa, Fig. 19.



FIG. 18.



FIG. 19.

Ahora la función aleatoria no es más derivable, aunque, sin embargo es continua. Es decir que:

$$(X/t+h - X/t) \rightarrow 0 \quad \text{con } h \rightarrow 0$$

según el criterio

$$\overline{(X/t+h - X/t)^2} \rightarrow 0 \quad \text{con } h \rightarrow 0$$

Pero en este caso el infinitésimo:

$$\overline{(X/t+h - X/t)^2}$$

no es más del orden de  $h^2$  sino del orden de  $h^\alpha$  siendo  $\alpha$  un exponente comprendido entre 0 y 2 (límites excluidos).

El caso de  $\alpha = 1$  es el movimiento browniano, con una curva de autocorrelación continua en el punto (0,1) y que admite tangente pero *no horizontal*, Fig. 11. Todavía pueden imaginarse esquemas más discontinuos: la trayectoria de una pulga, que progresa por saltos, Fig. 20.

<sup>7</sup> Se trata naturalmente de la trayectoria hilbertiana.

Esto corresponde al caso en que:

$$\overline{(X/t+h - X/t)^2}$$

no tiende a cero cuando  $h \rightarrow 0$ , sino a un límite finito (o infinito). Por último, combinando el vuelo de la avispa con los saltos de la



FIG. 20.



FIG. 21.

pulga, se obtiene el caso intermedio de una curva de autocorrelación *discontinua*, Fig. 21, para  $h = 0$ , es decir, igual a 1 para  $h = 0$  ( $r(0) = 1$ ) pero bruscamente inferior a 1 apenas se aleja de  $h = 0$ . Los matemáticos designan esto por  $r(+0) < 1$ .

Lo que interesa notar de una manera general es que todos los accidentes y discontinuidades de la trayectoria hilbertiana (es decir, del desarrollo del fenómeno estudiado) se concentran en la estructura de la función de correlación en el origen ( $h = 0$ ). De donde el enorme interés de  $r(h)$  para juzgar sobre el grado de irregularidad (o de capricho) de la evolución de un fenómeno.

## 20) ÍNDICE DE CONEXIÓN.

En particular, se puede utilizar el exponente  $\alpha$  de  $h$  que mide el orden de infinitud de:

$$d^2(h) = \overline{(X/t+h - X/t)^2}$$

como índice de esta irregularidad.

A este número  $\alpha$  lo llamamos *índice de conexión*. De él se pueden obtener valores experimentales mediante el procedimiento numérico siguiente: Siendo  $h$  el intervalo más pequeño que se pueda elegir en la escala de trabajo (quantum de intervalo), se forma las variaciones medias  $d(h)$  y  $d(2h)$ , cuyos cuadrados son:

$$d^2(h) = \overline{(X/t+h - X/t)^2}$$

$$d^2(2h) = \overline{(X/t+2h - X/t)^2}$$

como se debe tener

$$d^2(h) = A h^\alpha$$

$$d^2(2h) = A 2^\alpha h^\alpha$$

el cociente

$$R^2(h) = \frac{d^2(2h)}{d^2(h)} = 2^\alpha \quad \text{es también} \quad 2^\alpha = \frac{1 - r(2h)}{1 - r(h)}$$

De donde se deduce:

$$\alpha = \frac{\log R^2(h)}{\log 2}$$

Hemos calculado, efectivamente,  $\alpha$  para un cierto número de series numéricas:

a) Números de TIPPET (números elegidos al azar), inconexo:

$$\alpha = 0.$$

b) Decimales del número  $\pi$  (que, por lo tanto, son cifras que resultan de un procedimiento determinado de cálculo), inconexo

$$\alpha = 0.$$

## EJEMPLO DE DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE CONEXIÓN PARA LA PRESIÓN BAROMÉTRICA EN BUENOS AIRES (Villa Ortúzar).

Los datos de observación son los valores de la presión barométrica tomada cada hora en un barómetro de mercurio. Corresponden al mes de junio de 1942, y consisten en  $31 \times 24 = 744$  observaciones.

Los coeficientes de autocorrelación son los siguientes en el entorno de  $h = 0$ :

$$r(0) = 1,000 ; r(1) = 0,9975 ; r(2) = 0,992$$

$$r(3) = 0,986 ; r(4) = 0,978 ; r(6) = 0,963$$

Los valores de

$$R^2(h) = \frac{d^2(2h)}{d^2(h)} = \frac{1 - r(2h)}{1 - r(h)}$$

que se deducen son los siguientes:

$$R^2(1) = 3,20 ; R^2(2) = 2,75 ; R^2(3) = 2,64$$

Conociendo los puntos 1, 2, 3, se trata de deducir por extrapolación el punto de intersección de la curva  $R(h)$  con la ordenada  $h = 0$ . Pongamos:

$$R^2(h) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2$$

Para determinar los coeficientes desconocidos:  $a_0, a_1, a_2$  se tiene el sistema de tres ecuaciones lineales:

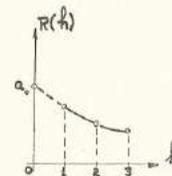
$$\begin{cases} 3,20 = a_0 + a_1 + a_2 & (h = 1) \\ 2,75 = a_0 + 2a_1 + 4a_2 & (h = 2) \\ 2,64 = a_0 + 3a_1 + 9a_2 & (h = 3) \end{cases}$$

Cuya solución es:

$$a_2 = 0,17 ; a_1 = -0,96 ; a_0 = 3,99.$$

$a_0 = 3,99$  es precisamente el valor  $R^2(0)$  que buscábamos. De ahí se deduce para el coeficiente de conexión

$$\alpha = \frac{\log 3,99}{\log 2} = 2 + \frac{1}{\log 2} \log \left( 1 - \frac{1}{400} \right) = 2 - \frac{1}{\log 2} \frac{1}{400} = 1,9962$$



- c) sumas parciales de las series precedentes (sumas brownianas de inconexos); por consiguiente:  $\alpha$  próximo a 1.
- d) intensidad de la lluvia en el curso de una precipitación de larga duración (datos del pluviógrafo);  $\alpha = 1,5$  a  $1,75$ .
- e) presión atmosférica;  $\alpha$  casi igual a 2.
- f) temperatura bajo abrigo (sin eliminar la variación diurna);  $\alpha$  casi igual a 2.

Se ve pues que los fenómenos atmosféricos presentan una conexión notable.

Si así no fuera, la previsión del tiempo sería una quimera. Por el contrario, esta fuerte conexión podrá utilizarse para llegar a la previsión numérica del tiempo meteorológico, cuando los medios de cálculo permitan operar con la adecuada facilidad (máquinas de calcular electrónicas, por ejemplo).

## 21) REGLAS DE CÁLCULO PARA LA DERIVADA ALEATORIA.

La derivada en promedia cuadrática posee todas las propiedades de la derivada cierta. En realidad, ha sido imaginada con ese fin precisamente.

Al utilizarla se encuentra, pues, con la enorme ventaja de no tener que modificar el simbolismo familiar, ni las reglas ordinarias del cálculo.

La propiedad fundamental de la derivada aleatoria es la *conmutatividad* del signo de promedio (—, trazo), y del signo de derivación (·, punto), o sea:

$$\frac{d}{dt} \overline{X} = \overline{\dot{X}}$$

La regla de derivación de las funciones de función vale también para la derivación aleatoria. Si  $f(X/t)$  es una función cierta de la función aleatoria  $X/t$ , se tiene

$$\frac{d}{dt} \overline{f(X/t)} = \overline{\frac{d}{dX} f(X) \cdot \dot{X}/t}$$

Por ejemplo

$$f(X) = X^2$$

Se tiene,

$$\frac{d}{dt} \overline{X^2} = 2 \overline{X\dot{X}}$$

después, por una segunda derivación:

$$\frac{d^2}{dt^2} \overline{X^2} = 2 (\overline{X\ddot{X}} + \overline{\dot{X}^2})$$

que es la ecuación conocida en la teoría cinética con el nombre de *ecuación del viriel*<sup>8</sup>.

<sup>8</sup> La ecuación llamada del viriel es una ecuación fundamental de la teoría cinética de los gases establecida por Poincaré en la cual  $X$  es la coordenada de una molécula. Es de esta ecuación que se deduce la ecuación de estado.

Si  $X$  es una función puramente aleatoria estacionaria, entonces

$$\sigma^2 = \overline{X^2}$$

no depende de  $t$ , por consiguiente:

$$\overline{X\dot{X}} = 0$$

lo que quiere decir que la función no está correlacionada con su derivada.

Luego, utilizando la derivada segunda se ve que:

$$\overline{X\ddot{X}} = -\overline{\dot{X}^2} = -S^2.$$

De donde:

$$r_{X\ddot{X}} = \frac{\overline{X\ddot{X}}}{\sigma T} = -\frac{S^2}{\sigma T} \quad \text{siendo } T^2 = \overline{\dot{X}^2}$$

La correlación de la derivada segunda con la función es siempre negativa.

De manera general, las derivadas que difieren en una unidad en el orden de derivación no están correlacionadas, y las que difieren en dos unidades presentan una correlación negativa.

Las reglas de derivación de sumas, productos, cocientes, se aplican sin modificaciones a la derivación aleatoria.

Así:

$$\frac{d}{dt} (X + Y) = \dot{X} + \dot{Y}$$

$$\frac{d}{dt} (XY) = \dot{X}Y + X\dot{Y}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{Y}{X} \right) = \frac{X\dot{Y} - Y\dot{X}}{X^2}$$

Nótese que aunque se trate siempre de las mismas reglas de cálculo, estas derivaciones tienen un sentido muy diferente al de las que hemos usado en el cálculo débilmente aleatorio.

519.272 : 551.590.29

### LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS DE LA RADIACIÓN CÓSMICA<sup>1</sup>

Por EMILIO A. M. MACHADO\*

**Resumen.** — En el presente artículo se estudia en forma condensada la teoría de los procesos estocásticos en vista a su aplicación a la radiación cósmica; estudiándose los modelos de Bhabha y Heitler, Furry y Polya para los procesos en cascada.

**Résumé.** — Synthèse de la théorie du processus stocastiques en vue a son application pour la radiation cosmique; on étudie les modeles stocastiques de Bhabha et Heitler, Furry et Polya pour les processus en cascade.

El objeto del presente trabajo es pasar revista a la teoría de los procesos estocásticos uni y multidimensionales y en especial aquellos usados en la teoría de la radiación cósmica. Se omiten por norma las demostraciones de los teoremas enunciados, teniendo en cuenta que está orientado en especial a los físicos cósmicos, dándose al final la bibliografía necesaria para aclarar aquellos puntos que pudieran quedar oscuros y en donde también se encontrarán las demostraciones aquí omitidas.

En la radiación cósmica existe el *problema de la fluctuación*. Esta radiación está formada por una *componente blanda* consistente en electrones positivos y negativos, junto con quantas de radiación electromagnética; fotones; y una *componente dura* consistente esencialmente de mesones. Por el pasaje a través de la materia la componente blanda da lugar a la formación de *procesos en cascada* o de *multiplicación* consistente en electrones secundarios y fotones.

Estas partículas están formadas por la sucesiva transformación de electrones en fotones y viceversa, por un proceso que en cierta forma es análogo a un *proceso biológico* en el cual una generación de individuos produce una nueva propagándose o desaparece por muerte.

La teoría de este fenómeno en cascada es esencialmente estadística y es adonde apunta este trabajo; no se dan las tablas de valores correspondientes a las distintas curvas que corresponderían a un tratamiento más completo del tema.

#### § 1. — PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Entendemos por *proceso estocástico* un proceso en el cual intervienen una o más variables estocásticas; su distribución de probabilidad depende de un parámetro variable en forma continua. Las variables se indicarán con  $x_1, x_2, \dots$  y el parámetro con  $t$  (tiempo). Se supone las  $x_i(t)$  en un espacio euclidiano  $n$ -dimensional.

\* Doctor en Matemáticas. Asesor Técnico de la Dirección de Investigaciones Meteorológicas e Instrucción del Servicio Meteorológico Nacional.

<sup>1</sup> Trabajo presentado en Noviembre de 1952.

Serán procesos *uni-dimensionales* aquellos en que interviene una sola variable aleatoria; y *m-dimensionales* si son  $m$  las variables.

La teoría aquí expuesta se debe fundamentalmente a Kolmogoroff (1931/3) y Feller (1937).

Los procesos pueden también ser *continuos, discontinuos* o *mixtos*.

Un proceso será *estocásticamente definido* cuando su *función distribución de probabilidad* está determinada para toda  $t(> s)$ , si el estado se conoce a un tiempo  $s$ .

Llamaremos  $P(A)$  la *función de probabilidad* que satisface los axiomas ( $A \subset E$ )

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad [1]$$

$$P(E) = 1 \quad [2]$$

$$P(A_1 + A_2 + \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots \quad (A_i \cdot A_k = 0) \quad [3]$$

*Función de probabilidad condicionada* definida para procesos estocásticamente definidos

$$P(A, t; x, s) = \text{Prob. } [x(t) \subset A; x(s) = x] \quad [4]$$

*Función de probabilidad absoluta*

$$P(A, t) = \text{Prob. } [x(t) \subset A] \quad [5]$$

Por las leyes de probabilidad es

$$P(A, t) = \int_E P(A, t; \xi, s) d_X P(X, s) \quad [6]$$

Suponiendo la función de probabilidad definida para  $t = s$ .

Es claro que vale que

$$0 \leq P(A, t; x, s) \leq 1 \quad \text{para todo } t \geq s \quad [7]$$

$$\int_E d_A P(A, t; x, s) = 1 \quad \text{» » } t \geq s \quad [8]$$

$$P(A, t; x, s) = \int_E P(A, t, \xi, \tau) d_X P(X, \tau, x, s) \quad [9]$$

para todo  $t \geq s$  y  $s \leq \tau \leq t$

Esta es la llamada *ecuación de Chapman-Kolmogoroff*.

Si  $t = s$   $P$  se reduce a la distribución unidad.

$$\Delta(x \subset A) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \subset A \\ 0 & \text{» } x \subset E - A \end{cases} \quad [10]$$

Suponemos que

$$\lim_{t \rightarrow s} P = \lim_{s \rightarrow t} P = \Delta(x \subset A) \quad (\text{continuidad en } t \text{ y } s) \quad [11]$$

y que es  $B$  — medible con respecto a  $x$ .

Introducimos ahora, para los procesos estocásticos discontinuos la función intensidad  $p(x, t)$  es tal que  $p(x, t) \Delta t$  es una expresión asintótica de la probabilidad de que ocurra un cambio aleatorio de la variable en el intervalo  $(t, t + \Delta t)$  cuando  $X(t) = x$ ; la función probabilidad de transición  $\pi(A; x, t)$  que es la probabilidad de que  $X(t + \Delta t) \in A$  cuando  $X(t) = x$ , en la hipótesis de la existencia de un cambio en el intervalo  $(t, t + \Delta t)$ .

Es claro que:

$$p(x, t) \geq 0 \quad \text{para todo } x \text{ y todo } t \geq s \quad [12]$$

$$0 \leq \pi(A; x, t) \leq 1 \quad \text{» » } A \text{ y } x \text{ » » } t \geq s \quad [13]$$

$$\pi(A; x, t) = 0 \quad \text{» » } x \in A \text{ » » } t \geq s \quad [14]$$

$$\int_E d_X \pi(X; x, t) = 1 \quad \text{» » } x \text{ » » } t \geq s \quad [15]$$

Para valores pequeños de  $\Delta t$  tenemos la expresión asintótica

$$P(A, t + \Delta t; x, t) = (1 - p(x, t) \Delta t) \Delta(x \in A) + \pi(A; x, t) p(x, t) \Delta t + o(\Delta t) \quad [16]$$

[16] - [7], [8], [9], [11] constituyen las condiciones fundamentales para un proceso estocásticamente definido discontinuo.

Feller agrega que  $p$  y  $\pi$  son continuas en  $t$  y  $B$ -medibles en  $x$  y que la función intensidad es uniformemente acotada con respecto a  $x$  en todo intervalo finito de tiempo, es decir

$$p(x, t) \leq K(t) \quad \text{para todo } x \text{ y todo } t \geq s \quad [17]$$

Se puede demostrar la validez de las ecuaciones fundamentales del proceso.

$$\frac{\partial}{\partial t} P(A, t; x, s) = - \int_A p(\xi, t) d_X P(X, t; x, s) + \int_E \pi(A; \xi, t) p(\xi, t) d_X P(X, t; x, s) \quad [18]$$

$$\frac{\partial}{\partial s} P(A, t; x, s) = p(x, s) P(A, t; x, s) - p(x, s) \int_E P(A, t; \xi, s) d_X \pi(X; x, s) \quad [19]$$

TEOREMA DE FELLER. — Bajo las condiciones [12] a [15] y [17] para las funciones  $p(x, t)$  y  $\pi(A; x, t)$  y suponiendo su continuidad en  $t$  y  $B$ -mesurabilidad en  $x$ ; entonces existe una y sólo una solución de las ecuaciones fundamentales.

Esta solución es continua en  $s$  y  $t$ ;  $B$ -medible en  $x$  y satisface las cinco condiciones fundamentales de un proceso discontinuo.

La solución así determinada constituye una función de probabilidad relativa que caracteriza un proceso estocásticamente definido de tipo discontinuo.

CADENAS DE MARKOFF. — En el caso en que  $x(t)$  tome sólo un conjunto numerable de valores, el proceso se llama cadena de Markoff. Aquí  $P(A, t; x, s)$  en vez de función de conjunto; lo es de dos puntos

$$P(n, t; n', s) \quad n, n' = 1, 2, 3, \dots \text{ Análogamente tendremos } \pi(n, n', t)$$

En este caso las ecuaciones fundamentales se reducen a:

$$\frac{\partial}{\partial t} P(n, t; n', s) = - p(n, t) P(n, t; n', s) + \sum_{n''=0}^{\infty} \pi(n, n'', t) p(n'', t) P(n'', t, n', s) \quad [20]$$

$$\frac{\partial}{\partial s} P(n, t; n', s) = P(n, t; n', s) p(n', s) - \sum_{n''=0}^{\infty} P(n, t; n'', s) \pi(n'', n', s) p(n', s) \quad [21]$$

Además:

$$\lim_{t \rightarrow s} P(n, t; n', s) = \lim_{s \rightarrow t} = \delta_{n, n'} = \begin{cases} 1 & \text{si } n = n' \\ 0 & \text{si } n \neq n' \end{cases} \quad [I]$$

$$P(n, t + \Delta t; n', t) = (1 - p(n', t) \Delta t) \delta_{n, n'} + \pi(n, n', t) p(n', t) \Delta t + o(\Delta t) \quad [II]$$

$$P(n, t; n', s) = \sum_{n''=0}^{\infty} P(n, t, n'' \tau) P(n'', \tau, n', s) \quad [III]$$

$$0 \leq P(n, t; n', s) \leq 1 \quad [IV]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(n, t, n', s) = 1 \quad [V]$$

PROCESOS M-DIMENSIONALES. — Un proceso estocásticamente definido  $m$ -dimensional es aquel en que la función de probabilidad condicionada es:

$$P(A_1 A_2 \dots A_m, t; x_1, x_2, \dots, x_m, s) = \text{Prob. } [X_1(t) \in A_1, X_2(t) \in A_2, \dots, X_m(t) \in A_m; X_1(s) = X_1, \dots, X_m(s) = X_m] \quad [22]$$

Es claro que es:

$$0 \leq P \leq 1 \quad \text{para todo } t \geq s \quad [23]$$

$$\int_{E_1} \dots \int_{E_m} d_A P(A, \dots, A_m, t; x_1, \dots, x_m, s) = 1 \quad \text{para todo } t \geq s \quad [24]$$

La ecuación de Chapman-Kolmogoroff, se reduce aquí a

$$P(A_1 \dots A_m, t; x_1 \dots x_m, s) = \int_{E_1} \dots \int_{E_m} P(A_1 \dots A_m, t, \xi_1 \dots \xi_m \tau) d_X P(X_1 \dots X_m \tau, x, \dots, x_m, s) \quad \text{para todo } t \geq s \text{ y } s \leq \tau \leq t \quad [25]$$

y finalmente:

$$\lim_{t \rightarrow s} P = \lim_{s \rightarrow t} P = \Delta(x_1 \subset A_1) \dots \Delta(x_m \subset A_m) \quad [26]$$

Análogamente se definen:

la función intensidad  $m$ -dimensional  $p(x, \dots, t_m, t)$ ; continua en  $t$  y  $B$ -medible en  $x, \dots, x_m$

la función probabilidad de transición  $m$ -dimensional

$$\pi(A_1 \dots A_m; x, \dots, x_m, t)$$

continua en  $t$  y  $B$ -medible en  $x, \dots, x_m$ .

Es:

$$p \geq 0 \text{ para todo } x_1 \dots x_m \text{ y } t \geq s \quad [27]$$

$$\pi \leq 1 \text{ » » } A_1 \dots A_m; x_1 \dots x_m \text{ y } t \geq s \quad [28]$$

$$\pi = 0 \text{ » » } t \geq s \text{ cuando } x_2 \subset A_2 \dots x_m \subset A_m \quad [29]$$

$$\int_{E_1} \dots \int_{E_m} d_A \pi = 1 \text{ » » } x_1 \dots x_m \text{ y } t \geq s \quad [30]$$

Análogamente para valores pequeños de  $\Delta t$  será:

$$P(A_1 \dots A_m, t + \Delta t; x_1 \dots x_m, t) = (1 - p \Delta t) \Delta(x_1 \subset A_1) \dots \Delta(x_m \subset A_m) + \pi \cdot p \cdot \Delta t + o(\Delta t) \quad [31]$$

[23] a [26] y [31] constituyen las condiciones fundamentales de un proceso  $m$ -dimensional discontinuo; valen aquí las ecuaciones fundamentales. Para las cadenas de Markoff  $m$ -dimensionales tendremos una función de punto  $P(n_1, \dots, n_m, t; n'_1, \dots, n'_m, s)$  que escribiremos,  $P(n, t; (n'), s)$  valiendo condiciones análogas al caso uni-dimensional.

§ 2. — TEORÍA GENERAL DE LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS UNI-DIMENSIONALES

En la teoría de los procesos estocásticos generales del tipo discontinuo la variable estocástica puede tomar sólo un conjunto numerable de valores. Tales procesos están descriptos por dos sistemas infinitos de ecuaciones diferenciales lineales simultáneos de primer orden:

$$\frac{\partial}{\partial t} P(n, t; n', s) = -p(n, t) P(n, t; n', s) + \sum_{n''=0}^{\infty} \pi(n, n'', t) p(n'', t) P(n'', t; n', s) \quad (n, n' = 0, 1, 2, \dots; t \geq s) \quad [1]$$

$$\frac{\partial}{\partial s} P(n, t; n', s) = P(n, t; n', s) p(n', s) - \sum_{n''=0}^{\infty} P(n, t; n'', s) \pi(n'', n', s) p(n', s) \quad (n, n' = 0, 1, 2, \dots; t \geq s) \quad [2]$$

[2] se llama la adjunta de [1].

$P(n, t; n', s)$  se llamaba probabilidad condicionada  
 $p(n, t)$  » » función intensidad  
 $\pi(n, n', t)$  » » » probabilidad de transición

Valiendo las siguientes condiciones:

$$p(n, t) \geq 0 \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad [3]$$

$$t \geq s \quad [4]$$

$$0 \leq \pi \leq 1 \quad [4]$$

$$\pi(n', n', t) = 0 \quad n' = 0, 1, 2 \quad [5]$$

$$t \geq s$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \pi(n, n', t) = 1 \text{ para todo } n' = 0, 1, 2 \dots \quad [6]$$

$$t \geq s$$

$$\lim_{t \rightarrow s} P(n, t, n', s) = \lim_{s \rightarrow t} = \delta_{n, n'} \quad [1]$$

$$P(n, t + \Delta t; n', t) = \begin{cases} 1 - p(n', t) \Delta t + o(\Delta t) & \text{para } n = n' \\ \pi(n, n', t) p(n', t) \Delta t + o(\Delta t) & \text{» } n \neq n' \end{cases} \quad [II]$$

para todo  $t \geq s$

$$P(n, t; n', s) = \sum_{n''=0}^{\infty} P(n, t; n'', \tau) P(n'', \tau; n', s) \quad [III]$$

para todo  $n, n' = 0, 1, 2, \dots$

$s \leq \tau \leq t$

(ecuación de Chapman-Kolmogoroff).

$$0 \leq P \leq 1 \quad n, n' = 0, 1, 2, \dots \quad [IV]$$

$t \geq s$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(n, t; n', s) = 1 \text{ para } n' = 0, 1, 2, \dots \quad [V]$$

$t \geq s$

A fin de simplificar la escritura de doble infinidad del sistema [1] y [2] introduciremos el siguiente simbolismo matricial:

Matriz distribución  $P(t, s) = (n/P(t, s)/n') = \{P(n, t; n', s)\} =$

$$= \begin{Bmatrix} P(0, t; 0, s), & P(0, t; 1, s) \dots \\ P(1, t; 0, s), & P(1, t; 1, s) \dots \\ \vdots & \vdots \end{Bmatrix} \quad [7]$$

Matriz intensidad  $p(t) = (n/p(t)/n') = \{p(n, t)\} =$

$$= \begin{Bmatrix} p(0, t) & 0 & 0 & \dots \\ 0 & p(1, t) & 0 & \dots \\ 0 & 0 & p(2, t) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{Bmatrix} \quad [8]$$

Matriz de transición  $\pi(t) = (n/\pi(t)/n') =$

$$= \begin{Bmatrix} \pi(0, 0, t), & \pi(0, 1, t) & \dots \\ \pi(1, 0, t), & \pi(1, 1, t) & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{Bmatrix} \quad [9]$$

Definamos la siguiente operación matricial:

$$\Sigma \circ M = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (n/M/n') \right\} = \{(\Sigma \circ M/n')\} \text{ matriz suma columna} \quad [10]$$

$$M \circ \Sigma = \left\{ \sum_{n'=0}^{\infty} (n/M/n') \right\} = \{(n/M \circ \Sigma)\} \text{ matriz suma fila}$$

Nuestras ecuaciones [1] y [2] pueden escribirse ahora:

$$\frac{\partial}{\partial t} P(t, s) = -\rho(t) P(t, s) + \pi(t) \cdot \rho(t) \cdot P(t, s) = A(t) P(t, s) \quad [1a]$$

$$\frac{\partial}{\partial s} P(t, s) = P(t, s) \rho(s) - P(t, s) \pi(s) \rho(s) = -P(t, s) A(s) \quad [2a]$$

$$\text{ó } \frac{\partial}{\partial s} P^*(t, s) = -A^*(s) P^*(t, s) \quad [2b]$$

[2 b] muestra que [2] es de exactamente la misma forma que [1]. La matriz operador:

$$A(t) = -\rho(t) + \pi(t) \rho(t) = (\pi(t) - 1) \rho(t) \quad [11]$$

tiene los elementos:

$$(n/A(t)/n') = \begin{cases} \pi(n, n', t) \rho(n, t) \geq 0 & \text{para } n \neq n' \\ -\rho(n', t) \leq 0 & \text{» } n = n' \end{cases} \quad [12]$$

y por [6]

$$\Sigma \circ A(t) = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} (n/A(t)/n') \right\} = 0 \text{ para todo } n' = 0, 1, 2, \dots \quad [13]$$

Las condiciones fundamentales [I] a [V] pueden escribirse:

$$\lim_{t \rightarrow s} P(t, s) = \lim_{s \rightarrow t} P(t, s) = \{1\} \quad [Ia]$$

$$P(t + \Delta t, t) = \{1\} + A(t) \Delta t + o(\Delta t) \text{ para } t \geq s \quad [IIa]$$

$$P(t, s) = P(t, \tau) \cdot P(\tau, s) \quad s \leq \tau \leq t \quad [IIIa]$$

$$0 \leq P(t, s) \leq 1 \quad t \geq s \quad [IVa]$$

$$\Sigma \circ P(t, s) = \{1\} \quad t \geq s \quad [Va]$$

Se demuestra, que las ecuaciones del tipo [I a], es decir [1] y [2], tienen para una matriz operador continua, *arbitraria*  $A(t)$  que satisface la condición de ser absolutamente exponenciable en algún intervalo  $(s, t)$

[o sea que  $\exp. [K(t-s)] = \sum_{v=0}^{\infty} \{K^v\} \frac{(t-s)^v}{v!}$  existe; donde  $\{K\} =$

$= \max_{s \leq \tau \leq t} |A(\tau)|$ ]; una y sólo una solución, que automáticamente siem-

pre satisfará la ecuación adjunta y cumplirá las condiciones [I a] a [III a]. Cuando  $A(t)$  es además un operador de probabilidad, es decir del tipo [11] la solución cumplirá también la condición [IV a]. Finalmente [V a] es la única condición esencial, el cumplimiento de la cual impone ciertas restricciones a  $A(t)$ .

Con respecto a la [Va]:

En el caso de procesos estocásticos finitos, es decir en las cuales  $A = (\pi - 1) \rho$  es finito de algún orden  $N = 1, 2, 3, \dots$  o sea:

$$(n/A(t)/n') = 0 \text{ para todo } n > N \\ \text{» » } n' > N.$$

Kolmogoroff demostró que cuando  $A(t)$  es un operador de probabilidad continua y finita existe una solución y sólo una para [1a] que satisface [Ia] a [Va]. La solución es por supuesto de orden finito  $N$ .

Otro caso simple de validez de [Va] es en el proceso de absorción pura o *proceso de muerte*; proceso estocástico en el cual la variable estocástica puede sólo decrecer; en la matriz  $\pi(t)$  y por lo tanto en  $A(t)$  todo elemento sobre la diagonal se anula; es decir:

$$(n/\pi(t)/n') = (n/A(t)/n') = 0 \text{ si } n > n' \text{ y } t \geq s$$

$A(t)$  es así una matriz a media columna. En este caso se cumple también que:

$$(n/P(t, s)/n') = 0 \text{ para todo } n \geq n' \\ t \geq s.$$

Un caso formalmente análogo es el proceso de "nacimiento" o "propagación" pura; en este caso  $A(t)$  es una matriz a media fila, lo mismo  $P(t, s)$ .



§ 3.—TEORÍA GENERAL DE LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS MULTI-DIMENSIONALES

Sea  $m (= 1, 2, 3, \dots)$  la cantidad de variables aleatorias.

Estos procesos se describen por dos sistemas infinitos de ecuaciones diferenciales lineales simultáneas de primer orden

$$\frac{\partial}{\partial t} P((n), t; (n'), s) = -\rho((n), t) P((n), t; (n'), s) + \sum_{n''=0}^{\infty} \dots \sum_{n'_m=0}^{\infty} \pi((n), (n''), t) \rho(n'', t) P((n''), t; (n'), s) \quad [1]$$

$(n_1 \dots n_m, n'_1 \dots n'_m = 0, 1, 2, \dots, t \geq s)$

y

$$\frac{\partial}{\partial s} P((n), t; (n'), s) = P((n), t; (n'), s) \rho((n'), s) - \sum_{n''=0}^{\infty} \dots \sum_{n'_m=0}^{\infty} P((n), t; (n''), s) \pi((n''); (n'), s) \rho(n'), s \quad [2]$$

$(n_1 \dots n_m, n'_1 \dots n'_m = 0, 1, 2, \dots, t \geq s)$

[2] es la adjunta de [1].

$P((n), t; (n'), s); \rho((n), t); \pi((n), (n'), t)$  corresponden a las generalizaciones de las equivalentes en procesos unidimensionales.

Vale aquí que:

$$\rho((n), t) \geq 0 \quad \text{para todo } n_1 \dots n_m = 0, 1, 2, \dots \quad [3]$$

» »  $t \geq s$

$$0 \leq \pi((n), (n'), t) \leq 1 \quad \text{» » } n_i, n'_i = 0, 1, 2, \dots, t \geq s \quad [4]$$

$$\pi((n'), (n'), t) = 0 \quad \text{» » } n'_i = 0, 1, 2, \dots, t \geq s \quad [5]$$

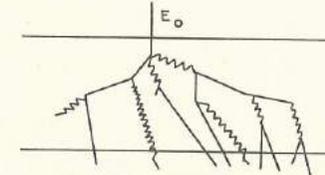
$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_m=0}^{\infty} \pi((n), (n'), t) = 1 \quad \text{para todo } n'_i = 0, 1, 2, \dots, t \geq s \quad [6]$$

Se demuestran también aquí condiciones análogas al caso unidimensional valiéndose las ecuaciones de Chapman-Kolmogoroff y el teorema de Feller-Lundberg; es claro que para el caso  $m$  dimensional la noción de proceso elemental, no es de interés especial.

§ 4.—PROCESOS ESTOCÁSTICOS ESPACIALES APLICADOS EN LA TEORÍA DE LA RADIACIÓN CÓSMICA

Trataremos aquí en forma sucinta algunos procesos estocásticos especiales que se aplican a la teoría de aquella parte de la radiación cósmica llamada la *componente blanda*. Esta componente se sabe consiste de *electrones* (positrones y negatrones) de alta velocidad y *quantas* de radiación electromagnética muy energizada llamados *fotones*. Un fotón ener-

gético tiene, al atravesar una distancia  $\Delta t$ , en alguna sustancia material cierta probabilidad de ser absorbido, emitiendo un par formado por un positrón y un negatrón. La probabilidad de este proceso es asintóticamente proporcional a  $\Delta t$ ; el factor de proporcionalidad es una función de las energías del fotón "padre" y del electrón resultante.



Esquema de un proceso de multiplicación iniciado por un electrón primario con energía  $E_0$  (rectas: electrones; quebradas: fotones).

Un electrón energético tiene al atravesar una distancia  $\Delta t$  en la misma sustancia material cierta probabilidad de perder cierta energía emitiendo un fotón. La probabilidad de este proceso es también asintóticamente proporcional a  $\Delta t$  y el factor de proporcionalidad es nuevamente una función de las respectivas energías. Es así que por combinación de estos procesos tendremos una familia de electrones secundarios y fotones, llamada *efecto en cascada*.

El problema consiste en construir un *modelo simplificado del proceso de multiplicación* que por una parte retenga la mayoría de sus características y por la otra nos permita obtener resultados numéricos.

MODELO DE BHABHA Y HEITLER.—Suponen que en el proceso la probabilidad para que un electrón secundario emerja con energía entre  $E_1$  y  $E_1 + \Delta E_1$ , es independiente de la probabilidad para que otro electrón secundario emerja con energía entre  $E_2$  y  $E_2 + \Delta E_2$ .

La probabilidad  $P(n, t)$  de tener  $n$  secundarios al tiempo  $t$  está dada por la *distribución de Poisson*.

$$P(n, t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\lambda t \geq 0)$$

Es:

$$\bar{n}(t) = \lambda t \quad \overline{n^2}(t) = \bar{n}^2 + \bar{n}$$

$$\sigma^2 = \lambda t \quad \delta = \frac{\sigma}{\bar{n}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{n}}}$$

MODELO DE FURRY.—Supone que un electrón que atraviesa una distancia  $\Delta t$  puede convertirse en dos electrones con una probabilidad asintóticamente proporcional a  $\Delta t: \lambda \Delta t$ . Para este proceso obtenemos las ecuaciones:

$$P(0, t) = 0$$

$$P(1, t + \Delta t) = P(1, t) (1 - \lambda \Delta t) + \rho \Delta t \quad [1]$$

$$P(n, t + \Delta t) = P(n, t) (1 - n \lambda \Delta t) + P(n-1, t) (n-1) \lambda \Delta t + \rho(\Delta t)$$

$n = 2, 3, 4, \dots$

Como ahora, cada electrón presente a la profundidad  $t$  tiene la probabilidad  $\lambda \Delta t$  de duplicarse en  $\Delta t$ . De [1] haciendo que  $\Delta t \rightarrow 0$  tenemos el sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas siguiente:

$$\begin{aligned} P(0, t) &= 0 \\ \frac{dP(1, t)}{dt} &= -\lambda P(1, t) \\ \frac{dP(n, t)}{dt} &= \lambda(n-1)P(n-1, t) - \lambda n P(n, t) \end{aligned} \quad [2]$$

$n = 2, 3, 4, \dots$   
 $(\lambda \geq 0; t \geq 0)$

Con la condición inicial  $P(n, 0) = \delta_{n,0}$ . Este sistema de ecuaciones rigen el proceso de Furry. La distribución de Furry es:

$$\begin{aligned} P(0, t) &= 0 \\ P(n, t) &= e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^{n-1} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\lambda \geq 0) \end{aligned} \quad [3]$$

es fácil ver que

$$P(n, t) > 0 \quad \text{y} \quad \sum_{n=0}^{\infty} P(n, t) = 1$$

Lo más característico de esta distribución consiste en ser monótona con respecto a  $n$ , decreciente cuando  $n$  crece, mientras que la distribución de Poisson es monótona decreciente para  $\lambda t < 1$  pero tiene un máximo en el entorno de  $n \approx \lambda t$  para  $\lambda t > 1$ .

Es

$$\bar{n}(t) = e^{\lambda t} \quad \bar{n}^2(t) = 2\bar{n}^2 - \bar{n}; \quad \sigma^2(t) = \bar{n}^2 - \bar{n}; \quad \delta = \left(1 - \frac{1}{\bar{n}}\right)^{1/2} \approx 1$$

Para los secundarios tenemos la siguiente distribución:

1) Cuando da nacimiento a 2:

$$P_{sec}(n, t) = e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^n \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

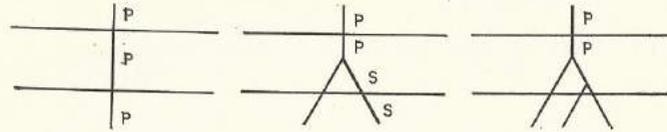
que se obtiene de

$$\begin{cases} P_{prim}(t) = 1 \\ P(n, t) = P_{prim}(t) \cdot P_{sec}(n-1, t) = P_{sec}(n-1, t) \end{cases}$$

y es aquí:

$$\begin{aligned} \bar{n}_{sec} &= \bar{n} - \bar{n}_{prim} \\ \bar{n}_{sec}^2 &= 2\bar{n}^2 - 3\bar{n} + 1 \\ \sigma_{sec}^2 &= \sigma^2 \\ \delta_{sec} &\approx 1 \end{aligned}$$

2) Para diferentes resultados



$$\begin{aligned} P_{sec}(0, t) &= P_{prim}(t) = P(1, t) = e^{-\lambda t} \\ P_{sec}(1, t) &= 0 \\ P_{sec}(n, t) &= P(n, t) = e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^{n-1} \quad n = 2, 3, 4, \dots \end{aligned}$$

es

$$\begin{aligned} \bar{n}_{prim} &= e^{-\lambda t} \\ \sigma_{prim}^2 &= e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t}) \\ \bar{n}_{sec} &= \bar{n} - \bar{n}_{prim} \\ \bar{n}_{sec}^2 &= 2e^{2\lambda t} - e^{\lambda t} - e^{-\lambda t} \quad \delta_{sec} \approx 1 \end{aligned}$$

$\rho < 0$   $n_{prim}$  y  $n_{sec}$  varían en direcciones opuestas,

es 
$$\rho \approx e^{-\frac{1}{2}\lambda t} \quad (\lambda t \gg 1)$$

es decir

$$\begin{aligned} \rho &\rightarrow 0 \\ \lambda t &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

y por lo tanto en tal caso podemos tratar  $n_{prim}$  y  $n_{sec}$  como variables estocásticas independientes.

Además:

$$\begin{aligned} \rho &\rightarrow -1 \\ \lambda t &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

en cuyo caso tenemos dependencia directa entre  $n_{prim}$  y  $n_{sec}$ .

Comparando las fluctuaciones relativas de  $\delta$  de Furry y Poisson se ve que la fluctuación alrededor de la media es mucho mayor para la primera distribución que para la segunda, excepto para valores pequeños de  $\lambda t$ , en cuyo caso las dos distribuciones coinciden. A pesar de las mejoras que implica la distribución de Furry, tiene sólo una débil semejanza al proceso real de multiplicación. En ambos procesos el importante hecho de la absorción de electrones en la cascada, está enteramente olvidada. Además ambos modelos no consideran otro hecho importante del proceso real de multiplicación, llamado el carácter alternante de las generaciones sucesivas. Nuestro problema, es entonces en una forma u otro tener en cuenta estos dos hechos en la construcción del modelo estocástico.

Veamos antes la distribución de Polya.

Es:

$$\begin{aligned} P(0, t) &= (1 + b\lambda t)^{-1/b} \\ P(n, t) &= \left(\frac{\lambda t}{1 + b\lambda t}\right)^n \frac{1 \cdot (1 + b) \dots (1 + b(n-1))}{n!} P(0, t) \quad [4] \\ & \quad (b \geq 0; \lambda t \geq 0) \end{aligned}$$

Notemos que la distribución de Polya tiene dos parámetros  $\lambda t$  y  $b$  en contraste a las distribuciones de Poisson y Furry que tienen sólo uno:  $\lambda t$ . Además si  $b \rightarrow 0$  tenemos:

$$P(0, t) \xrightarrow{b \rightarrow 0} e^{-\lambda t} \tag{5}$$

$$P(n, t) \xrightarrow{b \rightarrow 0} e^{-\lambda t} \left( \frac{(\lambda t)^n}{n!} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Es decir que la distribución de Polya contiene como caso particular a la de Poisson.

Para  $b = 1$  obtenemos por otra parte

$$P(0, t) = \frac{1}{1 + \lambda t} \tag{6}$$

$$P(n, t) = \left( \frac{\lambda t}{1 + \lambda t} \right)^n \frac{1}{1 + \lambda t} = \frac{1}{1 + \lambda t} \left( 1 - \frac{1}{1 + \lambda t} \right)^n \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

aquí vemos que esta fórmula da la misma distribución que la de Furry de los individuos secundarios sólo con otra forma del parámetro. En efecto, introduciendo aquí una nueva escala de tiempo  $t'$  tal que  $e^{\lambda t'} = 1 + \lambda t$  tenemos aquella.

Para valores pequeños de  $b$  la distribución de Polya tiene, para cada valor constante de  $b$  y  $\lambda t (> 1)$  un máximo con respecto a  $n$ , mientras que para valores grandes de  $b$  es monótona; decreciente con valores crecientes de  $n$ . Estos hechos pueden verse directamente así:

$$\frac{P(n+1, t)}{P(n, t)} = \frac{\lambda t}{1 + b\lambda t} \frac{1 + bn}{1 + n}$$

es decir

$$P(n+1, t) > P(n, t) \quad \text{para} \quad n < \lambda t(1-b) - 1 \tag{7}$$

En un caso, si  $b \geq 1$  (o si  $\lambda t \leq 1$ ) esta relación no resulta buena para cierto valor de  $n (> 0)$  ya que la distribución de Polya es en tal caso monótona decreciente.

Se deduce que:

$$\bar{n} = \lambda t; \bar{n}^2 = (1+b)\bar{n} + \bar{n}; \sigma^2 = \bar{n}(1+b\bar{n});$$

$$\delta = \sqrt{b + \frac{1}{\bar{n}}} \sim \sqrt{b} \quad \left( \text{para } \bar{n} \gg \frac{1}{b} \right)$$

Se ve así que  $\lambda t$  es la media como en la distribución de Poisson y que  $b$  determina directamente la fluctuación que para un valor medio constante puede tomar un valor entre  $\sqrt{\bar{n}}$  é  $\infty$ .

Por el hecho de que los dos primeros momentos pueden ser ajustados separadamente es la gran aplicabilidad de la distribución de Polya en varios problemas estadísticos y en la teoría de la radiación cósmica.

Debemos ahora generalizar el proceso de Furry en tal forma de incorporar los hechos siguientes: 1º, los individuos son absorbidos en el proceso; 2º, sólo interesa toda segunda generación.

Comencemos con la absorción.

La primera idea es suponer que cada individuo tiene la probabilidad asintótica  $\gamma \Delta t$  de "morir" en  $\Delta t$ . Podemos ahora poner:

$$P(0, t + \Delta t) = P(0, t) + P(1, t) \gamma \Delta t + o(\Delta t)$$

$$P(n, t + \Delta t) = P(n+1, t) (n+1) \gamma \Delta t + P(n, t) (1 - n(\lambda + \gamma) \Delta t) + P(n-1, t) (n-1) \lambda \Delta t + o(\Delta t) \tag{1}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

$$\dots \quad \frac{dP(0, t)}{dt} = \gamma P(1, t) \tag{2}$$

$$\frac{dP(n, t)}{dt} = \gamma(n+1) P(n+1, t) - (\lambda + \gamma) n P(n, t) + \lambda(n-1) P(n-1, t)$$

$n = 1, 2, 3, \dots (\gamma \geq 0; \lambda \geq 0, t \geq 0)$

con la condición inicial

$$P(n, 0) = \delta_{n,1} \tag{3}$$

Cada  $P(n, t)$  depende ahora no sólo de las funciones inferiores  $P(n, t)$  sino también de las superiores.

$$\bar{n}(t + \Delta t) = \bar{n}(t) + \bar{n}(t) \lambda \Delta t - \bar{n} \gamma \Delta t + o(\Delta t)$$

$$\dots \quad \frac{d\bar{n}}{dt} = (\lambda - \gamma) \bar{n} \quad \dots \quad \bar{n} = e^{(\lambda - \gamma)t}$$

Para el valor medio tenemos, la ecuación de continuidad:

Como por [3]  $\bar{n}(0) = 1$  la última muestra que para  $\lambda > \gamma$  el valor medio crecerá monótonamente, para  $\lambda = \gamma$  será constante y si  $\lambda < \gamma$  decrece monótonamente, tenemos que el valor medio pasa por un máximo.

Para encontrar un proceso más adecuado, nos guiamos por la forma que nos interesa para los valores medios. Supondremos que lo probabilidad de que un individuo muera durante el intervalo  $\Delta t$  no es ya asintóticamente  $\gamma \Delta t$  como antes, sino proporcional a la "edad" de la familia, es decir  $\gamma t \Delta t$ . Esta es la hipótesis de mayor semejanza a los acontecimientos actuales y es al mismo tiempo suficientemente simple. Tenemos ahora la ecuación de continuidad

$$\bar{n}(t + \Delta t) = \bar{n}(t) + \bar{n}(t) \lambda \Delta t - \bar{n} \gamma t \Delta t + o(\Delta t)$$

es decir:

$$\frac{d\bar{n}}{dt} = (\lambda - \gamma t) \bar{n} \tag{1}$$

$$\dots \quad \bar{n} = \exp. \left[ \lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2 \right] = \exp. \left[ -\frac{\gamma}{2} \left( t - \frac{\lambda}{\gamma} \right)^2 + \frac{\lambda^2}{2\gamma} \right] \tag{2}$$

puesto que:

$$\bar{n}(0) = 1$$

tenemos:

$$\bar{n}_{máx} = \exp\left[\frac{\lambda^2}{2\gamma}\right] \quad \text{para } t_{máx} = \frac{\lambda}{\gamma} \text{ (gaussiana)}$$

Ahora tendremos:

$$\frac{dP(0, t)}{dt} = \gamma t P(1, t)$$

$$\begin{aligned} \frac{dP(n, t)}{dt} &= \gamma t (n+1) P(n+1, t) - (\gamma + \gamma t) n P(n, t) + \\ &+ \lambda (n-1) P(n-1, t) \end{aligned} \quad [3]$$

$n = 1, 2, 3, \dots (\gamma \geq 0; \lambda \geq 0; t \geq 0)$

con

$$P(n, 0) = \delta_{n,1} \quad [4]$$

La integración de este sistema infinito en forma total no conocemos que se haya resuelto.

Para los momentos vale ahora

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(n, t) = 1 \quad [5]$$

$$\begin{aligned} \bar{n}^2 &= \exp\left[\lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2\right] + 2\lambda \exp\left[2\left(\lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2\right)\right] \int_0^t \exp\left[-\lambda t' + \frac{\gamma}{2} t'^2\right] dt' \\ &= \bar{n} + 2\lambda \bar{n}^2 \int_0^t \exp\left[-\lambda t' + \frac{\gamma}{2} t'^2\right] dt' \end{aligned} \quad [6]$$

si  $\gamma \rightarrow 0$  se reduce a la conocida:

$$\bar{n}^2 = 2\bar{n}^2 - \bar{n}$$

Consideremos ahora la generalización final del proceso de Furry. Habiendo tenido en cuenta la absorción sólo nos queda incluir en el modelo discutido las generaciones de orden par o impar.

Si la partícula primaria es un electrón, las generaciones de orden impar serán electrones y las de orden par fotones y viceversa si la partícula primaria es un fotón. Nos interesa hallar la probabilidad de tener  $n$  individuos de una clase —  $n$  partículas — y  $m$  de la otra clase —  $m$  partículas — al "tiempo"  $t$ .

Tenemos un proceso estocástico bi-dimensional. A fin de simplificar los cálculos se supone que el proceso es "simétrico" con respecto a las dos clases de partículas, aparte, por supuesto, la asimetría, introducida por las condiciones iniciales. Más exactamente, supondremos que: partículas de igual clase tienen una cierta probabilidad de ser absorbidas en un in-

tervalo de tiempo  $\Delta t$  dando lugar al mismo tiempo al nacimiento de dos partículas de la otra clase. Esta probabilidad está asintóticamente dada por  $\lambda \Delta t$  para ambas clases de partículas. Más cada partícula tiene una probabilidad asintóticamente dada por  $\gamma t \Delta t$  — para las  $n$  y  $m$  partículas — de ser absorbidas durante  $\Delta t$  sin dar nacimiento a una nueva partícula.

El parámetro  $\lambda$  es aquí una medida de la "proporción de nacimiento";  $\gamma$  lo es de la de muerte de "la familia".

Tendremos ahora las siguientes ecuaciones de continuidad para los valores medios:

$$\begin{aligned} \bar{n}(t + \Delta t) &= \bar{n}(t) + \bar{m}(t) 2\lambda \Delta t - \bar{n}(t) \lambda \Delta t - \bar{n}(t) \gamma t \Delta t + o(\Delta t) \\ \bar{m}(t + \Delta t) &= \bar{m}(t) + \bar{n}(t) 2\lambda \Delta t - \bar{m}(t) \lambda \Delta t - \bar{m}(t) \gamma t \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned} \quad [1]$$

$$\therefore \frac{d\bar{n}}{dt} = -(\lambda + \gamma t) \bar{n} + 2\lambda \bar{m}$$

$$\frac{d\bar{m}}{dt} = -(\lambda + \gamma t) \bar{m} + 2\lambda \bar{n} \quad [2]$$

con  $\bar{n}(0) = 1$  y  $\bar{m}(0) = 0$ .

La integral total nos da:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \frac{1}{2} \exp\left[\lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2\right] + \frac{1}{2} \exp\left[-3\lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2\right] \\ \bar{m} &= \frac{1}{2} \exp\left[\lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2\right] - \frac{1}{2} \exp\left[-3\lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2\right] \end{aligned} \quad [5]$$

Si  $\lambda t$  no es muy pequeño

$$\bar{n} \approx \bar{m}$$

y se calcula que:

$$\bar{n}_{máx} = \bar{m}_{máx} = \frac{1}{2} \exp\left[\frac{\lambda^2}{2\gamma}\right] \quad \text{para } t_{máx} = \frac{\lambda}{\gamma} \quad \left(\lambda t_{máx} = \frac{\lambda^2}{\gamma} > 1\right) \quad [4]$$

Si

$$\bar{n} \approx \bar{m} \approx \frac{\bar{n} + \bar{m}}{2}$$

es

$$\sigma_{n+m}^2 = \sigma_n^2 + \sigma_m^2 + 2\rho \sigma_n \sigma_m \sim 2\sigma_n^2 (1 + \rho) \quad [5]$$

para la fluctuación.

$$\frac{\sigma_n}{\bar{n}} \sim \frac{\sigma_{n+m}}{\sqrt{2(1+\rho)}} \frac{1}{\frac{m+n}{2}} = \sqrt{\frac{2}{1+\rho}} \frac{\sigma_{n+m}}{n+m} \geq \frac{\sigma_{n+m}}{n+m} \quad [6]$$

Para las ecuaciones diferenciales del proceso, indicando con  $P(n, m, t)$  la probabilidad de que al "tiempo"  $t$  tengamos  $n$  partículas de la primer clase y  $m$  de la segunda, tenemos:

$$P(n, m, t + \Delta t) = P(n+1, m, t) (n+1) \gamma t \Delta t + P(n, m+1) (m+1) \gamma t \Delta t + P(n, m, t) [1 - (n+m) (\lambda + \gamma t) \Delta t] + P(n+1, m-2, t) (n+1) \lambda \Delta t + P(n-2, m+1, t) (m+1) \lambda \Delta t + o(\Delta t) \quad [7]$$

$P(n, m, t) = 0$  si  $n < 0$  o  $m < 0$  o simultáneamente.

Obtenemos de aquí:

$$\frac{dP(n, m, t)}{dt} = (m+1) \gamma t P(n+1, m, t) + (m+1) \gamma t P(n, m+1, t) - (n+m) (\lambda + \gamma t) P(n, m, t) + (n+1) \lambda P(m+1, m-2, t) + (m+1) \lambda P(n-2, m+1, t) \quad n, m = 0, 1, 2, \dots \quad [8]$$

$P(n, m, t) = 0$  si  $n$  o  $m = -1, -2, \dots$  ( $\gamma \geq 0, \lambda \geq 0, t \geq 0$ )

con las condiciones iniciales

$$P(n, m, 0) = \delta_{n,1} \delta_{m,0} \quad [9]$$

Se demuestra ahora que:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} P(n, m, t) = 1 \quad [10]$$

$$\left\{ \frac{\overline{n^2}}{\overline{m^2}} \right\} = \left\{ \frac{\overline{n}}{\overline{m}} \right\} + \frac{\lambda}{2} \exp. [-2 \lambda t - \gamma t^2] \left( \exp. [4 \lambda t] \left\{ \frac{-}{+} \right\} 2 \int_0^t \exp. \left[ -\lambda t' + \frac{\gamma}{2} t'^2 \right] dt' \right) + \frac{\lambda}{2} \exp. [-6 \lambda t - \gamma t^2] \int_0^t \exp. \left[ 7 \lambda t' + \frac{\gamma}{2} t'^2 \right] dt' \quad [11]$$

con  $\overline{n^2}(0) = 1$ . Para valores grandes de  $\lambda t$ , tenemos, aproximadamente

$$\overline{n} \sim \overline{m} \sim \frac{1}{2} \exp. \left[ \lambda t - \frac{\gamma}{2} t^2 \right]$$

y entonces

$$\overline{n^2} \approx \overline{m^2} \approx \overline{n} + 2 \lambda \overline{n^2} \int_0^t \exp. \left[ -\lambda t' + \frac{\gamma}{2} t'^2 \right] dt' + \frac{\lambda}{2} \exp. [-6 \lambda t - \gamma t^2] \int_0^t \exp. \left[ 7 \lambda t' + \frac{\gamma}{2} t'^2 \right] dt' \quad [12]$$

Comparando con [6] del parágrafo anterior se ve que para el mismo valor de  $n$  los dos primeros términos son idénticos. Puesto que el tercer

término de [12] es positivo, la fluctuación aumenta al pasar del proceso uni-dimensional al bi-dimensional.

Habiendo calculado el 1º y 2º momentos de nuestro proceso estocástico bi-dimensional, debemos ahora investigar los valores numéricos de las probabilidades  $P(n, m, t)$ , o más correctamente de las distribuciones marginales que nos interesan

$$P(n, t) = \sum_{m=0}^{\infty} P(n, m, t)$$

$$P(m, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P(n, m, t)$$

Las funciones  $P(n, m, t)$  son soluciones de un sistema doblemente infinito de ecuaciones diferenciales simultáneas. Se sabe que el correspondiente sistema uni-dimensional es tan complicado que resulta imposible obtener una solución completa y aun cuando ella se obtuviera, ellas serían funciones muy complicadas. Por esto se ajusta una distribución de Polya, calculando luego  $P(n, m, t)$  al tiempo  $t + \Delta t$  mediante una ecuación anterior.

Finalmente calculamos los momentos de 1º y 2º orden

$$\overline{n} = \sum_n n P(n, t + \Delta t)$$

$$\overline{m} = \sum_m m P(m, t + \Delta t)$$

$$\overline{n^2} \text{ y } \overline{m^2}$$

Se llega a la conclusión que la distribución de Polya es una buena aproximación del hecho real.

BIBLIOGRAFÍA

ARLEY. — « On the theory of Stochastic Processes and their application to the theory of Cosmic Radiation ». 1948. Wiley & Sons, N. Y.  
 BHABHA. — *Proc. Roy. Soc.* **17**, 21; 1938.  
 BHABHA and HEITLER. — *Proc. Roy. Soc. A* **59**, 432; 1937.  
 FELLER. — *Math. Ann.* **113**, 113; 1937.  
 FRÉCHET. — « Traité du calcul des probabilités ». Tomo II, Gauthier Villars, 1938.  
 FURRY. — *Phys. Rev.* **52**, 569; 1937.  
 KOLMOGOROFF. — *Math. Ann.* **104**, 415; 1931.  
 POLYA. — *Ann. l'Inst. H. Poincaré*, **1**, 1950.

551.511 (82) (09) : 519.272.15

## LA CIRCULACIÓN DEL AIRE EN LA REPÚBLICA ARGENTINA (HISTORIA DE UNA INVESTIGACION CIENTIFICA)

Por GEORGES DEDEBANT\*

Resumen. — Trabajo realizado en 1950, "Año del Libertador General San Martín". Estudia la circulación general del aire en la República Argentina, preliminar indispensable para los investigadores climáticos y de meteorología dinámica. Aplica el cálculo aleatorio. La redacción del artículo adopta la forma historiada. Distintos aspectos de esta investigación ya han sido tratados por el autor en otros artículos aparecidos en esta revista.

Résumé. — Ce travail, rédigé en 1950 — año del Libertador General San Martín — a eu pour origine l'étude de la circulation générale de l'air en République Argentine, préliminaire indispensable aux études de climatologie et de météorologie dynamique. Il s'est orienté très spécialement vers l'application à ce problème, du Calcul aléatoire. La forme qui lui a été donnée n'est pas celle d'un Mémoire mais bien plutôt celle d'une histoire de cette investigation, relatant ses diverses péripéties. Les résultats détaillés qui ont été obtenus ont fait l'objet d'articles techniques dans "Meteoros".

### I. — POSICION DEL PROBLEMA

Este trabajo ha sido realizado mediante la aplicación de la mecánica aleatoria a la atmósfera, utilizando los datos de las observaciones de la red de la República Argentina y teniendo como fines el mejoramiento del pronóstico a corto plazo y la posibilidad del pronóstico a largo plazo.

Es la primera vez, según nuestras informaciones, que el concepto aleatorio, en el sentido que le hemos atribuido en nuestras publicaciones anteriores y que se le da ahora en Francia (funciones aleatorias) y en Inglaterra (procesos estocásticos), ha sido aplicado a la meteorología, después de haber recibido ya excelentes confirmaciones en mecánica de los ruidos turbulentos, en física atómica y nuclear, en economía política, en geografía, en genética y en otras disciplinas.

La única aplicación comparable a la que hemos hecho en meteorología es la que en África del Sud realiza T. Schuman, aunque en este caso se trate más bien de la introducción de las ideas cuánticas en meteorología. Pero, por otra parte, han sido establecidas numerosas y estrechas analogías (Bass, en Francia; Moval, Inglaterra) entre la mecánica aleatoria y las nuevas mecánicas (ondulatoria, L. de Broglie; cuántica, Heisenberg; y la de Dirac) que actualmente rigen toda la física teórica moderna (atómica y nuclear). De manera que se puede afirmar que los trabajos de Schuman y los nuestros se desarrollan prácticamente en la misma corriente de pensamiento.

\* Ancien élève de l'Ecole Polytechnique (France). Asesor Técnico de la Dirección General del Servicio Meteorológico Nacional.

<sup>1</sup> El presente trabajo constituye, en sus fundamentos y líneas generales, el informe que sobre el mismo tema elevó el autor a la consideración de la Dirección General del Servicio Meteorológico Nacional en el año 1950. (Año del Libertador General San Martín), y ha sido presentado a esta revista, actualizado, en junio de 1953, con el subtítulo de "Historia de una Investigación Científica".

Es de prever que después que los primeros trabajos de los que iniciaron la marcha en este nuevo campo hayan sido publicados e interpretados en su verdadero valor, la mayoría de los servicios meteorológicos del mundo no perderán la ocasión de lanzarse por el mismo camino. Gracias a los trabajos ya realizados en la República Argentina, aunque con medios insuficientes, es indudable que este país se encontrará notablemente adelantado en ese sentido.

### II. — ORIGEN Y CARACTER DEL TRABAJO

El origen oficial de esta aplicación de la mecánica aleatoria al problema meteorológico argentino se halla en una decisión del Consejo Científico del Servicio Meteorológico Nacional, organismo que aprobó la ejecución de un estudio sobre la circulación general de la atmósfera en la República Argentina.

El estudio de este campo, iniciado con ambiciones muy modestas y consistentes, a lo sumo, en la reproducción de métodos de cálculo empíricos y de interpretación sinóptica que habían dado buenos resultados en Francia durante la primera guerra y después de ella (núcleos de variaciones de la presión, corrientes de perturbaciones reveladas por la suma de las variaciones en valor absoluto, regímenes de perturbaciones, tipos de tiempo, centros de acción, etc.), resultó en el descubrimiento de inmensos horizontes a causa de la renovación aportada por el cálculo aleatorio. Lo que es más, parece demostrar que la previsión numérica del tiempo no es una utopía si se dispone de medios proporcionales a la amplitud del problema, medios que por otra parte no exceden los que hasta ahora han sido consagrados por los Servicios Meteorológicos al pronóstico cotidiano.

Aquí debemos agregar que los nuevos métodos, lejos de contrariar o competir con los servicios ya existentes para el pronóstico, o de oponerse a ellos, no pueden sino ayudarlos y perfeccionar su organización, su trabajo de rutina y la eficacia de sus resultados. A menudo se cita el ejemplo del telar mecánico del obrero Jacquard, el cual no ha trabado a la postre el desarrollo de la industria textil, y que, sin embaigo, encontró en sus comienzos la violenta oposición de los que debían beneficiarse por el progreso que representaba.

Finalmente, es obvio que un instrumento matemático nuevo, aplicado a una ciencia de la naturaleza como es la meteorología, no puede ser manejado correctamente más que por especialistas, dotados de experiencia en las distintas ramas intervinientes.

Los resultados que vamos a exponer, en efecto, no hubieran sido alcanzados nunca sin la unión con las matemáticas puras, la física teórica y aplicada, y la meteorología en todos sus aspectos (sinóptica, descriptiva, dinámica, estadística), y en el futuro no serán aprovechables si en su utilización práctica no persiste esta unión indispensable.

### III. — LA ELECCION DE LA PRESION BAROMETRICA COMO ELEMENTO FUNDAMENTAL

La aplicación del cálculo aleatorio a la meteorología en general, y al problema argentino en particular, no es cosa fácil, y ha sido necesario conceder muchas simplificaciones a las exigencias teóricas, consagrar muchos esfuerzos a la organización de los cálculos, antes de obtener resul-

tados concretos sobre los cuales ahora se puede discutir con claridad y simplicidad.

Primero se planteó la cuestión de la elección del elemento meteorológico que se iba a someter a la prueba del cálculo. Está admitido que la red argentina carece de datos de altura (puesto que no se pueden considerar como tales las observaciones de dos estaciones de altura en la montaña y los sondeos del viento con globos pilotos en una treintena de puntos), lo que no significa que dudemos de la utilidad primordial de estas informaciones limitadas a falta de otras mejores y más sistemáticas.

Sin una verdadera red de altura, el único sucedáneo a nuestra disposición era la presión barométrica (medida con barómetros de mercurio). La red argentina dispone, en efecto, de buenas observaciones barométricas, aceptables sobre todo si se las compara con las de los países limítrofes y si se descarta la cuestión de la reducción al nivel del mar, teniendo en cuenta la elevada altura de un número bastante grande de estaciones y la ausencia de una nivelación suficientemente precisa.

Además, fuera de esta ventaja de orden local, la presión barométrica posee tres ventajas de orden universal: 1) Es un elemento sinóptico, representativo de una partícula bastante grande, adaptado a la escala de la red y al ritmo de las observaciones (300 Km y 6 horas); 2) Se mide con una gran precisión (1/10 milibar), según procedimientos y normas que hacen homologables todas las lecturas; 3) La presión integra los fenómenos de altura, de modo que, sin analizarlos en detalle, los tiene en cuenta, contrariamente a las otras observaciones de superficie (temperatura, humedad, viento, etc.), que no valen más que para su nivel y sus condiciones locales. De manera grosera, se puede afirmar que la presión barométrica, como índice detector, no falla más que en el caso de perturbaciones superpuestas y de signos contrarios (interferencia de corrientes de perturbaciones).

#### IV. — NUESTRA CONCEPCION DEL PROBLEMA METEOROLOGICO ARGENTINO

Entre los factores alentadores para la aplicación que teníamos pensada, no debe dejarse de señalar la situación « geometeorológica » (que se nos disculpe el neologismo) excepcional de la República Argentina, acaso única en el mundo. Este país se encuentra como sumergido, al amparo de la cordillera de los Andes, en medio de la gran corriente austral del oeste de la circulación del planeta y de las perturbaciones del frente polar austral, acerca del cual se admite que tiene un funcionamiento mucho más puro, más regular que el frente polar boreal.

Debe esperarse, pues, que la circulación del aire sobre la República Argentina dependa en gran parte, sobre todo durante el invierno austral, de un gigantesco fenómeno de estela, cuyo estudio constituye un original problema de aerodinámica en escala grandiosa, y se puede esperar que la falta de observaciones del océano Pacífico sud no constituya, finalmente, un obstáculo tan prohibitivo como lo ha sido para Europa, durante muchos años, la falta de observaciones del océano Atlántico norte <sup>2</sup>.

Sería, por cierto, exagerado reducir el problema meteorológico argentino a esta característica única aunque esencial. También hay que tener

<sup>2</sup> El problema meteorológico europeo no fue resuelto sino por la creación de una red de navíos apoyada en navíos meteorológicos estacionarios.

en cuenta, sobre todo en verano, los factores térmicos (circulación tropical). Pero a los mismos factores, el método que hemos imaginado permitirá descubrirlos con un poco más de paciencia y sobre todo si se dispone de más observaciones hechas regularmente del centro del continente sudamericano <sup>3</sup>.

#### V. — EL ASPECTO MATEMATICO DADO AL PROBLEMA

Pasemos ahora a la parte matemática. Como punto de partida hemos postulado que la presión barométrica es una función aleatoria

$$P(x, y, t)$$

de las coordenadas  $(x, y)$  del lugar considerado de la superficie terrestre, y del tiempo  $t$ .

Lejos de ser una hipótesis, esto es, por el contrario, una extensión del concepto clásico de función que han usado hasta ahora los meteorólogos, quienes, en mapas con isobaras, admiten implícitamente que la presión  $P$  es una función cierta (continua y derivable) de las coordenadas y del tiempo:

$$P(x, y, t),$$

lo que permite trazar isobaras según el concepto de interpolación y hablar de gradiente barométrico y de tendencia barométrica (que son las derivadas parciales con respecto al espacio y al tiempo, de la función cierta  $P$ ).

Por otra parte, los conocimientos matemáticos mínimos necesarios para la comprensión del cálculo aleatorio han sido resumidos en una « Introducción elemental al cálculo aleatorio » que debiera agregarse a este informe para entender mejor lo que sigue <sup>4</sup>.

Digamos aquí solamente que una función aleatoria necesita para su descripción más algoritmos que una función cierta; en realidad, por lo menos tres funciones ciertas, de las cuales la tercera duplica el número de variables fundamentales  $(x_2, y_2, t_2; x_1, y_1, t_1)$ , en lugar de  $x, y, t$  simplemente. Estas tres funciones ciertas son:

a) el valor probable  $\bar{P}$ , función cierta de un punto  $(x, y)$  y de un instante  $t$ ;

b) la variancia

$$\sigma_p = \sqrt{\bar{P}'^2},$$

también función de  $(x, y, t)$ , donde  $P'$  designa la componente puramente aleatoria de  $P$ , es decir:

$$P' = P - \bar{P}$$

$P'$  es, pues, una nueva función aleatoria de  $(x, y, t)$ , pero de valor probable nulo ( $\bar{P}' = 0$ ). En cierto modo, es la función inicial, depurada de su parte cierta.

<sup>3</sup> Para comenzar, el asunto es cuestión de documentación. Hemos quedado sorprendidos por las lagunas que presentan los archivos del servicio en las observaciones de los países limítrofes. Seguramente existe más información que la que poseemos.

<sup>4</sup> Cf.: G. DEDEBANT, R. DI MAIO y E. A. M. MACHADO, « Los números aleatorios y sus aplicaciones a la Meteorología »: *Meteoros*, III, No 1, enero-marzo 1953, y « Las funciones aleatorias y su aplicación a la Meteorología », *Meteoros* III, Nos. 2-3, abril-sept., 1955.

El operador (prima), que representa prácticamente una primera variación, tiene, matemáticamente hablando, la jerarquía de una diferencia primera (o de una primera derivación).

Además, las reglas usuales del cálculo diferencial pueden aplicarse sin modificaciones al operador (prima), cuando  $P'$  es, en general, débil<sup>6</sup> con respecto al valor probable  $\bar{P}$  y precisamente éste es el caso de las variaciones (accidentales o aun diurnas) de la presión barométrica.

c) la covariancia:

$$\mathcal{M}(x_2, y_2, t_2; x_1, y_1, t_1) = \overline{P_2' P_1'}$$

siendo  $P_2'$  y  $P_1'$  las componentes puramente aleatorias de  $P$  en dos puntos  $(x_2, y_2)$  y  $(x_1, y_1)$ , y en dos instantes  $t_2$  y  $t_1$ .

En lugar de la covariancia de  $P$ , es preferible emplear la covariancia de la función aleatoria « reducida »:

$$\frac{P'}{\sigma_p} = \frac{P - \bar{P}}{\sqrt{(P - \bar{P})^2}}$$

es decir,

$$r(x_2, y_2, t_2; x_1, y_1, t_1) = \frac{\overline{P_2' P_1'}}{\sigma_{p_1} \sigma_{p_2}}$$

que es un número sin dimensiones físicas, comprendido necesariamente entre  $-1$  y  $+1$  (desigualdad de Schwarz) y que se puede llamar coeficiente de autocorrelación de la función aleatoria  $P$ .

Este coeficiente representará un papel básico en todo nuestro estudio.

Las dos primeras nociones (valor probable  $\bar{P}$  y variancia  $\sigma_p$ ) han sido aplicadas con una conciencia más o menos justa de su sentido estadístico, desde hace mucho tiempo, por los climatólogos, en forma de normal y desvíos, respectivamente.

Las descripciones que utilizaron, sobre todo para los desvíos, a menudo se apartan mucho de las nociones esquematizadas que acabamos de definir, pero, en verdad, no se trata más que de expresiones diferentes y más o menos modificadas de dos mismos conceptos. En cambio, salvo raras excepciones, la tercera noción, que designaremos con el nombre general de conexión y que matemáticamente representamos por la covariancia, parece haberseles escapado totalmente. En todo caso, ha sido poco explotada aunque probablemente la más importante. En efecto, el coeficiente de autocorrelación expresa la única noción verdaderamente intrínseca relativa al elemento considerado. Es un coeficiente sin dimensiones físicas, independiente del valor absoluto ( $\bar{P}$ ) del elemento, y de la amplitud ( $\sigma_p$ ) de sus variaciones. No es exagerado decir que representa el mecanismo del fenómeno, de modo que si se espera hallar regularidades correspondientes a leyes físicas — finalidad específica de la ciencia — es necesario recurrir a él.

Efectivamente, su aplicación no nos ha decepcionado, como se verá.

Si se nos permite aquí una analogía un poco trivial, imaginemos a una persona que estudiara los relojes de bolsillo, los de péndulo y los de pared. Podría clasificarlos según sus dimensiones (o sea  $\bar{P}$ ); después,

<sup>6</sup> Número débilmente aleatorio.

según la regularidad de su marcha (adelanto o atraso), o sea  $\sigma_p$ ; y finalmente, y esto es lo más importante, descubriría que funcionan a tenor de tales máquinas un mecanismo común (volante, espiral, escape, ejes, etc.), y el conocimiento y la comprensión de ese mecanismo es lo que le permitiría construirlos. El mecanismo común correspondería a  $r$ .

## VI.—LA PROYECCION DEL CONCEPTO MATEMATICO EN EL MUNDO REAL

Una vez puesta de relieve la importancia de la tercera noción — conexión expresada numéricamente por el coeficiente de autocorrelación —, se trataría, desde el punto de vista del desarrollo de los cálculos, de estudiar una función de seis variables:

$$r(x_2, y_2, t_2; x_1, y_1, t_1)$$

de la cual podríamos conocer los valores en ciertos puntos fijos (red) y en ciertos momentos (ritmo de las observaciones fijado por las reglas internacionales). Aquí se ve manifestarse el punto de vista cuántico, puesto que, en realidad, no conocemos la atmósfera sino por « redadas », como el pescador que captura los peces de un río. La dimensión de las mallas de la red son las distancias geográficas que separan las estaciones de observación y los intervalos de tiempo entre las observaciones. La continuidad que permite relacionar entre sí estas observaciones aisladas, la introducimos arbitrariamente nosotros y razonablemente no pueden esperarse resultados conformes a la realidad si esta continuidad no se entiende en un sentido bastante amplio y si la escala impuesta por el sistema de medidas no corresponde a un ritmo propio de la Naturaleza.

Lo primero por hacerse para asegurarse que la función de autocorrelación

$$r(x_2, y_2, t_2; x_1, y_1, t_1)$$

ofrecía las garantías suficientes de continuidad como para permitir utilizar las herramientas analíticas para estudiar detalladamente esta función en un punto dado  $(x_2, y_2) = (x_1, y_1)$ , de manera de no tener más que un solo parámetro: el tiempo. Aun así este parámetro aparece con dos valores:  $t_2$  y  $t_1$ . Forzosamente había que introducir la hipótesis de que era además estacionaria en el tiempo, lo cual implica admitir que la función

$$r(t_2, t_1)$$

no depende de  $t_2$  y  $t_1$  separadamente, sino tan sólo de la diferencia  $t_2 - t_1 = h$ . De aquí la noción de intervalo de tiempo, o, en otras palabras, de gama de intervalo de tiempo, disponiendo de una serie  $h_1, h_2, h_3, \dots$  de intervalos, como los músicos disponen para expresarse de una gama discreta de notas de música.

Esta hipótesis de ser estacionario, indispensable, como lo veremos más adelante, para pasar a las aplicaciones, es en realidad muy natural, y fundada en la creencia de la existencia de leyes o mecanismos permanentes que rigen la marcha y la evolución del universo. En efecto, aplicada a  $r$ , que hemos dicho es una expresión matemática de estas leyes o mecanismos, sería inconcebible que el desarrollo de un fenómeno físico pudiera depender de la fecha en que ha comenzado. En ejemplo exce-

lente para ilustrar esta idea fundamental es la Química:  $H_2 + O$  será siempre  $H_2O$  en cualquier época y bajo las mismas condiciones. Si no se tiene fe en esto, es inútil ocuparse de la constancia de las leyes físicas.

Así, la primera fase del trabajo ha consistido en elegir una estación determinada, cuyas observaciones fueran numerosas, sin interrupciones y tan frecuentes como fuera posible. En realidad, la elección ha recaído muy naturalmente en el Observatorio Central Buenos Aires, el cual, aunque ligeramente desplazado durante los últimos 40 años (de Chacarita a Villa Ortúzar), lo ha sido en una distancia insignificante para afectar los resultados en lo que respecta a la presión, elemento sinóptico. Se dispuso de observaciones horarias de la presión reducidas a  $0^\circ$  y a la gravedad normal, únicas reducciones que admitiremos para explotar las observaciones de la presión como dignas de inspirar el máximo de confianza.

El primer gran paso a dar para la aplicación numérica fué la estimación de los promedios estocásticos (los indicados por el símbolo  $\bar{\quad}$ , trazo), y que, matemáticamente hablando, son integrales de Lebesgue-Stieltjes, tomadas en un espacio de fases, y estimadas por los promedios temporales (que son integrales en el sentido de Riemann), únicos que nos da la observación.

Allí caímos ante el golpe del ineludible problema de la estadística aplicada y la necesidad de recurrir a la ley de los grandes números. Por lo menos en apariencia. Porque, según lo hemos demostrado en un trabajo a publicarse en la revista de la Universidad de Eva Perón titulado « Ensayo de una axiomática aleatoria », esta dificultad era ficticia, y, felizmente, todos nuestros cálculos ulteriores pueden recibir una justificación matemática rigurosa sin tener que invocar el Cálculo de Probabilidades.

Como quiera que sea, fué necesario postular que la función aleatoria  $P/t$  (reducida ahora a una sola variable cierta  $t$ , puesto que  $x$  e  $y$  son fijas) era estacionaria en  $t$ , por lo menos durante un intervalo suficientemente grande como para que prácticamente pudiéramos hacer una breve estadística a su respecto.

Ya hemos explicado el sentido de esta hipótesis cuya legitimidad no ofrece absolutamente ninguna duda.

Pero sabemos muy bien que a consecuencia de la variación anual de la presión (correspondiente a las posiciones de la Tierra en su órbita) esta hipótesis (en nuestro sistema de referencia en movimiento relativo con respecto a otros cuerpos del Universo y sobre todo al Sol) no podría hacerse más que para cada posición de la Tierra en su órbita, y, en consecuencia, nunca para intervalos del orden de un año. Hemos pensado, pues, que era prudente reducir el intervalo de análisis a un mes, es decir, fraccionar el estudio mes por mes. Esto, por otra parte, nos proporcionó un número suficiente de observaciones:  $30 \times 24 = 720$ , como para que se pueda admitir el juego de la ley de los grandes números, aunque por otra parte esta condición no haya aparecido como necesaria, como ya lo hemos dicho (en realidad, 30 números ya dan resultados coherentes, y ahora sabemos el porqué desde el punto de vista teórico, plenamente confirmado por la experiencia).

Entonces hemos calculado, para un mes determinado de un año determinado, el coeficiente de correlación:

$$r(h) = \frac{\overline{P'/t_1 P'/t_2}}{\sigma_p^2} ; h = t_2 - t_1$$

para los intervalos:

$$h = 1^h, 2^h, 3^h, 6^h, 12^h, 18^h, 24^h, 36^h, 48^h, 72^h \dots,$$

de la presión barométrica en el Observatorio Central Buenos Aires.

Llegado el caso, hemos introducido aún en la gama de los  $h$ , valores intermedios para precisar la forma de la curva  $r(h)$ .

Este estudio, tan escrupuloso como fué posible, nos ha permitido trazar la curva  $r(h)$  en función de  $h$ .

El primer resultado valioso es que esta curva se dibuja admirablemente bien <sup>6</sup>, mucho mejor que la mayor parte de las curvas experimentales que representan las mediciones de laboratorio, y, además, es de una regularidad inusitada en meteorología.

Los otros resultados están contenidos en la naturaleza de la curva, expresión que debía ser decisiva para la orientación a dar a nuestras operaciones y para la esperanza práctica que podía suscitarnos.

Es necesario comprender desde el principio el significado profundo de esta curva  $r(h)$ . Desde el punto de vista del cálculo aleatorio se deben considerar como equivalentes o, mejor, como la misma función (el mecanismo físico mismo), todas las funciones aleatorias que tienen el mismo coeficiente de autocorrelación. De modo que nuestra curva  $r(h)$  es el equivalente quintaesenciado del cuadro de 720 cifras que sirvieron para establecerla. En consecuencia, todo otro cuadro de 720 cifras, aunque de aspecto y contenido muy diferentes a primera vista, que llevaría a la misma curva  $r(h)$  debiera representar los valores de la misma función, y podemos decir del mismo mecanismo físico.

Así, la obtención de una, o de algunas curvas  $r(h)$  nos ha parecido ya una conquista de gran valor, tanto más cuanto que, según nuestros informes, es la primera vez que se dibujan curvas semejantes en meteorología, en escala sinóptica, aunque en mecánica de los flúidos turbulentos (túnel) se hayan establecido muchas. Pero en el túnel se pueden reproducir condiciones definidas tantas veces como se quiera, mientras que en meteorología se debe esperar a que la Naturaleza reproduzca espontáneamente dichas condiciones.

Ahora bien, las curvas  $r(h)$  obtenidas para la presión atmosférica son mucho más alentadoras que las correspondientes a la velocidad en un túnel aerodinámico. Poseen, en efecto, una notable cualidad. Es evidente que en el punto  $h = 0$ ,  $r(h)$  es igual a 1. Esto es cierto aun para el juego de la ruleta, y no nos enseña nada. Pero, en nuestro caso, la curva  $r(h)$  admite en ese punto una tangente claramente horizontal (hecho experimental que un meteorólogo matemático podría adivinar pero no prever). Se tiene, pues:

$$\frac{d}{dh} r(h) = 0, \text{ para } h = 0.$$

Este hecho físico asume toda su importancia cuando se lo traduce al lenguaje del cálculo aleatorio. Significa que la presión barométrica es una función derivable del tiempo, acaso varias veces derivable según el orden del contacto de la curva  $r(h)$  con su tangente horizontal en el

<sup>6</sup> Los resultados correspondientes obran en nuestros archivos.

punto  $h = 0$ . En la hipótesis favorable de que este contacto sea muy íntimo, acerca de lo cual no podría juzgarse sin aumentar la precisión de las medidas (1/100 mb en lugar de 1/10) y reducir el intervalo de tiempo (el minuto en lugar de hora), la presión podría ser una función aleatoria analítica, o, dicho de otro modo, enteramente previsible, de la misma manera que los matemáticos pueden calcular, en todo plano complejo, el valor de una función analítica de variable compleja cuando se conocen solamente sus valores en el entorno de un punto, por ser un desarrollo de Taylor<sup>7</sup>.

Esto quiere decir que, por lo menos para la escala en que trabajamos, ninguna imposibilidad teórica parece limitar la precisión del pronóstico de la presión, al contrario de lo que sucede en mecánica cuántica con la posición y la velocidad del electrón, a consecuencia del principio de indeterminación de Heisenberg.

No todos los elementos meteorológicos participan de este privilegio de la presión. Así, nos hemos asegurado, mediante numerosos cálculos, que no lo poseen ni la temperatura del aire en sitios resguardados, ni el viento en las capas bajas, y menos aún la lluvia, aunque estos elementos conservan siempre en su desarrollo cronológico un cierto grado de conexión contrariamente a lo que pasa con los números de la ruleta o con los decimales del número  $\pi$ , que carecen absolutamente de ella (también hemos hecho la verificación experimental).

Evidentemente esto corresponde al hecho, verificado desde hace mucho tiempo por los meteorólogos, según el cual la presión (del barómetro de mercurio) es un elemento sinóptico, mientras que los otros tres elementos meteorológicos que hemos citado no lo son. Sin embargo, no podría decirse lo mismo de las temperaturas del aire y del viento, en la atmósfera libre, ni de la lluvia sinoptizada, es decir, totalizada sobre toda una región climatológica o sobre una cuenca fluvial, que están próximos, como la presión, a los elementos de naturaleza previsible y, por consiguiente, susceptibles de ser previstos.

En lo que respecta al carácter analítico de la presión en el espacio, nos hemos asegurado, por otra parte, que no puede haber ninguna clase de duda en ese sentido.

Aprovechando los cálculos ya efectuados por T. Schuman en Africa del Sud, hemos encontrado coeficientes de correlación múltiples que se aproximan a la unidad con un gran lujo de decimales. Esto justifica la interpolación en el trazado de mapas con isobaras, que es una práctica casi automática adoptada desde hace un centenar de años por los meteorólogos.

#### VII. — SIMPLIFICACION IMPORTANTE INTRODUCIDA EN LA EJECUCION DE CALCULOS

Pero, a esta altura de la investigación, se presentó una dificultad material.

El cálculo de correlación, que exige multiplicaciones o, si se lo prefiere, elevaciones al cuadrado (en todo caso, operaciones de 2º grado), resultaba penoso y de escaso rendimiento, a pesar del uso de las tablas de Crelle que en vano tratamos de introducir; de modo que llegamos a la convicción de que era necesario encontrar alguna simplificación, algún

<sup>7</sup> Hemos generalizado esta noción por el desarrollo llamado de Schmidt, que es la extensión al dominio (espacio de Hilbert) del desarrollo de Taylor en el plano complejo.

artificio para poder proseguir los trabajos comenzados y llegar en un plazo razonable a los primeros resultados concretos. No era posible contar con las máquinas estadísticas, las cuales, como lo sabíamos por experiencia personal y como fué confirmado una vez más, son inaptas o mal adaptadas a los problemas de correlación.

Tuvimos entonces la idea (con el ingeniero Samatán) de utilizar en los cálculos el desvío simple (en valor absoluto):

$$|P_2' - P_1'|$$

en lugar de la raíz cuadrada del desvío cuadrático medio, o variancia:

$$\sqrt{|P_2' - P_1'|^2}$$

Los resultados fueron buenos, pero conviene señalar las ventajas y los inconvenientes de una sustitución semejante.

1º Desde el punto de vista de la rapidez de los cálculos la ventaja es enorme, evidentemente, pudiendo emplearse eficazmente ahora las máquinas estadísticas. Se puede decir sin exagerar que, mientras no se disponga de máquinas de calcular electrónicas, esta simplificación constituye una condición *sine qua non* para hacer aplicable todo método numérico de pronóstico basado en el cálculo de correlaciones. Ahora bien, hasta este momento todo el cálculo se reduce a sustracciones y adiciones, habiéndose eliminado completamente la operación multiplicación o elevación al cuadrado que creaba complicaciones. Es posible usar de las máquinas estadísticas a tal punto que el Dr. Machado nos ha asegurado que se podía sacar un coeficiente de correlación, calculado con este nuevo concepto, en doce minutos.

2º Por el contrario, desde el punto de vista teórico, veamos ahora las consecuencias nefastas que implica esta sustitución de un producto de buena calidad por un sucedáneo.

a) Si nos encontramos en presencia de números aleatorios de distribución normal (es decir, que siguen la ley de Gauss-Bravais) la sustitución es rigurosa y no origina ningún inconveniente. Es el caso de los fenómenos de carácter accidental, y precisamente las perturbaciones barométricas propiamente dichas poseen este carácter.

b) Si tenemos que tratar con perturbaciones de carácter periódico (sin mezclas con variaciones accidentales) como la variación diurna de la presión, la sustitución es igualmente rigurosa.

Sería el caso en que las únicas variaciones de la presión fueran las variaciones diurna, semidiurna, etc.

c) Pero, cuando las variaciones accidentales se mezclan con la variación diurna en una proporción en que las órdenes de magnitud de las amplitudes empiezan a ser comparables (verano en las regiones tropicales), la sustitución deja de ser rigurosa.

3º Desde el punto de vista teórico abstracto (por ello entendemos: con respecto a las condiciones requeridas por el cálculo aleatorio), los inconvenientes son los que pasamos a señalar.

Hemos dicho que en el cálculo aleatorio se puede librar de toda interferencia probabilista de manera de escapar al problema de la estimación estadística y al postulado de la ley de los grandes números, haciendo así del cálculo aleatorio un método puramente matemático para el análisis

numérico de los fenómenos, de la misma manera que el álgebra o el cálculo diferencial.

Pero esto es cierto solamente con la condición de utilizar los conceptos puros de la teoría, y en particular el verdadero coeficiente de correlación (momento rectangular). Ahora bien, aunque el coeficiente que se sustituye va a conservar teóricamente la propiedad esencial de estar comprendido entre  $-1$  y  $+1$  (primera condición de coherencia), por el contrario, los coeficientes de correlación múltiples que pueden deducirse de él podrían superar, teóricamente, esos límites (segunda condición de coherencia y condiciones de coherencia de orden superior). De este modo ya no se encontrarían más justificados los fundamentos de la teoría, y el buen éxito de los cálculos no podría probarse más que por la armonía y la coherencia de los resultados.

Por suerte, con respecto al problema tratado, los resultados son completamente alentadores. Para las correlaciones simples evidentemente no se ha presentado ninguna dificultad, salvo quizá el hecho objetable de ser los coeficientes demasiado elevados. Pero también podrían haber sido demasiado bajos, y se pueden imaginar y encontrar casos en que eso se produjera.

Para emplear la teoría de la regresión, que debe permitir el cálculo de los valores futuros (pronóstico), el nuevo coeficiente de correlación carece de fundamentos teóricos solamente hasta un cierto punto. Gauss fué quien inventó el método de los cuadros mínimos sin justificarlo desde el punto de vista matemático (lo que probablemente es imposible o falto de sentido), pero fueron los geodestas quienes establecieron su valor práctico. El matemático francés M. Fréchet ha defendido recientemente la causa del desvío simple (o en valor absoluto) completamente lógico, aunque de difícil manejo matemático teórico.

Hemos demostrado en oportunidad que la justificación de la teoría de la regresión se apoyaba en el espacio de Hilbert, espacio de una infinidad (transfinita) de dimensiones donde los vectores son cuadrados sumables. Los matemáticos modernos (J. von Neumann) han considerado la existencia de otros espacios de una infinidad numerable de dimensiones, donde la infinidad ya no es más obtenida y transfinita (infinito actual o realizado; sentido de Cantor), como en el espacio de Hilbert, sino que es el límite de  $n$  (número de dimensiones) tendiendo a infinito, y que poseen propiedades topológicas y métricas diferentes de las del espacio de Hilbert. No se excluye, pues, que la sustitución del desvío cuadrático por el desvío simple pueda encontrar su justificación algún día.

Después de todo se trata aquí de una ciencia experimental y tenemos derecho, a falta de una justificación teórica que no existe todavía, a apoyarnos en los resultados completamente satisfactorios de la aplicación de los algoritmos empleados.

#### VIII.—CONFIRMACION DE LA EXISTENCIA DE LEYES METEOROLOGICAS

Gracias a la simplificación introducida, y una vez acallados los escrúpulos que había promovido en nuestro espíritu, hemos podido extender rápidamente el dominio de nuestros cálculos, y establecer las curvas de correlación  $r(h)$ , con el nuevo coeficiente reemplazante, para: *a*) cinco años, dos meses (verano, invierno) de la época actual, y *b*) lo mismo a principios de siglo.

De la confrontación de las curvas resulta que: *Teniendo en cuenta las estaciones, las curvas de correlación  $r(h)$  de la época actual no difieren de las de principio de siglo más de lo que difieren entre ellas.* Y nos ha parecido que esto confirma que la representación matemática que hemos adoptado, a pesar de las simplificaciones consentidas, está fielmente ligada a un mecanismo permanente de las variaciones de la presión (y sin duda también de la atmósfera), que solamente presenta variantes según el régimen de las perturbaciones. Ni el nivel absoluto de la presión media ( $\bar{P}$ ) ni la amplitud de sus variaciones ( $\sigma_p$ ), impiden que las perturbaciones de la presión sigan en todo momento de la historia el mismo desarrollo.

Evidentemente, no entra en nuestros pensamientos despreciar la importancia de los dos factores  $\bar{P}$  y  $\sigma_p$ , que pueden tener, y tienen, por cierto, una importancia considerable para las condiciones humanas, animales y vegetales en la superficie del globo terrestre (evolución secular de los climas, ciclos meteorológicos, etc.), pero pensamos que lo más importante es alcanzar primeramente las leyes permanentes que expresan el funcionamiento de la atmósfera, gracias a las cuales podremos luego entenderlo y quizás controlarlo.

Los resultados numéricos obtenidos partiendo del concepto de conexión de una función aleatoria (expresado por la covariancia o cualquier otro equivalente a nuestro alcance) hacen presentir que el método aleatorio es capaz de conducir al descubrimiento de leyes en el dominio de la meteorología como ya han sido encontradas en otros sectores de la naturaleza, con la reserva, no obstante, de que estas leyes no tendrán siempre una expresión tan rudimentaria como la « regla de tres », y que para ser enunciadas exigirán conceptos más amplios que el de número decimal, en el sentido de ser considerado solamente como el medio de saber qué cantidad de dinero se tiene en el bolsillo.

Sin embargo, es obvio que todo se resolverá en números decimales, único medio actual de expresión numérica admitido en la sociedad humana.

No podemos dejar de señalar aquí la analogía entre el proceso mental seguido más o menos conscientemente en este trabajo y descrito por Ph. Wehrlé en su obra filosófica « La dialéctica aleatoria », y que descompone en tres fases el mecanismo del pensamiento científico: *a*) Abstracción extraída de lo real (experiencia y depuración de la experiencia); *b*) operaciones mentales sobre esta abstracción, de acuerdo con las reglas de la lógica y de las matemáticas; *c*) proyección de los resultados obtenidos en el mundo real (o sea la aplicación).

Todos los progresos del conocimiento humano han seguido este proceso a través de los siglos, y por consiguiente la organización de un servicio de investigaciones debe basarse en esta clasificación.

#### IX.—LAS NOCIONES DE PERIODO Y DE DISPERSION

Una vez en posesión de las curvas  $r(h)$  del Observatorio Central de Buenos Aires, era natural « descongelar » las coordenadas de posición ( $x, y$ ) que habíamos fijado al principio, y pensar en recomenzar la misma operación para todas las estaciones de la red donde se ejecutaran observaciones barométricas regulares. Esto significaba pasar de un estudio local de la correlación, a un estudio sinóptico (punto de vista de Le Verrier,

que ha sido decisivo para la orientación tomada por la meteorología moderna).

Pero contra este proyecto se presentaban dificultades y aun imposibilidades. Enumerémoslas: *a)* las estaciones de la red no hacen, como el Observatorio central, observaciones horarias, de modo que para ninguna de ellas podemos trazar la curva  $r(h)$  con el mismo detalle y la misma precisión con que hemos hecho para el Observatorio Central; *b)* sin embargo, aunque se dispusiera de una documentación semejante, no podría exigirse a la Oficina de Cálculos que repitiese 50 o 100 veces el mismo esfuerzo hecho por el Observatorio Central, ni aún para unos pocos meses; *c)* en fin, la comparación de todas estas curvas, restituyendo además cada una a su lugar geográfico, excedería rápidamente las posibilidades de un cerebro humano, aunque fuese el de un campeón de ajedrez.

Llegados a este punto, por fuerza hemos tenido que buscar nuevas simplificaciones. Puesto que las curvas  $r(h)$  tienen las mismas características, por corresponder a un mismo mecanismo físico, surge naturalmente la idea de tratar de esquematizarlas mediante uno o dos parámetros numéricos, que sean fáciles de obtener, partiendo de las posibilidades de documentación provenientes de la red, o para hablar más exactamente, de las que se pueden obtener en los archivos, lo cual, por más que parezca extraño, no es lo mismo.

Teniendo en cuenta las características generales de las curvas  $r(h)$ , y a falta de poder determinar su forma analítica (lo que, no obstante, sería un problema de la mayor importancia, al que hemos renunciado para no perder tiempo), hemos admitido su representación entre ciertos límites (por lo menos hasta  $h = 48$  horas) por el comienzo del desarrollo en serie que impone la teoría de las funciones aleatorias analíticas:

$$r(h) = 1 - Ah^2 + Bh^4$$

El problema queda así reducido a la determinación de dos parámetros,  $A$  y  $B$ , de la misma manera que los estadísticos resumen una curva de distribución (en forma de campana) por su promedio y su desvío tipo.

Pero, atentos a no hacer un trabajo absolutamente abstracto, en lugar de calcular los coeficientes  $A$  y  $B$ , cuya interpretación física no es transparente, los hemos sustituido por otros dos parámetros que son funciones: el período central  $T$  y la dispersión  $\Delta$  de este período.

Tales valores tienen el mérito de corresponder a una concepción física, en realidad la misma que ha guiado a la ciencia Óptica e inspirado en nuestros días a la mecánica ondulatoria, la misma que constituye la base de la teoría de las funciones aleatorias estacionarias (descomposición espectral del coeficiente de correlación).

Al representar la presión barométrica en un lugar determinado por una función aleatoria estacionaria del tiempo, hemos introducido por eso mismo (*ipso facto*), según las ideas fundamentales del cálculo aleatorio, la noción de ondas (aquí barométricas) dotadas de períodos y de un espectro de períodos, estando estos períodos dispersos, agrupados alrededor de un período central. Del mismo modo que cuando se emplea la serie de Fourier para describir la composición de la luz blanca, o para analizar las armónicas de un sonido musical, o para representar las mareas de los océanos, se adopta la descripción del fenómeno estudiado en función de ondas.

Entonces, es natural resumir la curva  $r(h)$  por medio de un período central  $T$  y de la dispersión  $\Delta$  de los períodos próximos con respecto a aquél. No tenemos la pretensión de hacer creer que el parámetro que llamamos período corresponde en valor absoluto a un período en el sentido estricto de la palabra, pero, de cualquier manera, nos hemos asegurado de que las diferentes definiciones susceptibles de darse *a priori* a la palabra período en el sentido aleatorio, conducen en las aplicaciones que hemos hecho a resultados más que concordantes, digamos, proporcionales.

De modo que si algún día se plantea el problema de unir nuestro concepto de período (hasta ahora solamente un parámetro que tiene la dimensión física del tiempo) con el que el Dr. Rafael Di Maio ha concedido por su parte, estudiando la repetición de los puntos singulares de una curva bastante fina de un barógrafo (noción absoluta de período) no habría más que introducir un factor de reducción (o de amplificación), en virtud de corresponder los dos conceptos, según nuestra opinión, a una misma realidad física.

#### X.—RELACION INESPERADA ENTRE EL PERIODO Y SU DISPERSION

A esta altura de la investigación estábamos satisfechos de haber reducido el problema al cálculo de dos parámetros solamente ( $T$  y  $\Delta$ ), considerando haber obtenido así el máximo posible de simplificación tolerable por el problema. Pero nos estaba reservada una agradable sorpresa.

Decidimos concentrar nuestros esfuerzos en un mes determinado, para no dispersar los limitados medios de cálculo de que disponíamos. La elección recayó sobre el mes de julio de 1942, sin tener razones particulares para ello. En realidad, si bien no era el peor, tampoco era el mejor. No correspondía, como nos dimos cuenta mucho después —en la investigación científica las alternativas desagradables no suelen privarse—, a un régimen muy caracterizado. Además, en 1942 los datos de observación, sobre todo los de los países limítrofes, presentaban más lagunas que en la actualidad.

Fijada esta elección, continuamos, en consecuencia, la exploración profunda del mes citado.

Para reducir al mínimo estricto la búsqueda de la documentación necesaria, a falta de la cual no hubiéramos concluido jamás, nos hemos contentado, para calcular  $T$  y  $\Delta$ , con las observaciones de la presión de las 9 h (hora argentina). Esto reducía nuestras « estadísticas » a 30 números.

Teníamos, por lo tanto, pocas esperanzas de ver actuar en nuestro favor a la ley de los grandes números. Pero, por otra parte, felizmente presentíamos que no debía desempeñar un papel esencial en el problema, puesto que el cálculo aleatorio es una cosa distinta de la estadística, en su sentido vulgar.

Sin embargo, por muy modestas que fueran nuestras pretensiones —una sola observación de la presión por día, a las 9 h—, no pudimos reunir correctamente la documentación necesaria, fuera del territorio de la República Argentina. Para no citar más que un ejemplo: no nos fué posible procurarnos los datos de los domingos correspondientes a la República Oriental del Uruguay, lo que introdujo en nuestros cálculos, que toman las variaciones en 24 h, 48 h, ... lagunas de 8 a 9 números

cada 30, para ese país. En fin, los datos extranjeros fueron extraídos de los boletines cotidianos, que no suelen ser documentos controlados cuidadosamente, y, además, se trataba de presiones reducidas al nivel del mar (o a un nivel de referencia), mientras que hubiéramos deseado utilizar las presiones reducidas solamente a 0° y a la gravedad normal. Pero como empleamos un método de variaciones, este inconveniente no puede introducir grandes errores.

A pesar de lo dicho, el conjunto del trabajo ha resultado relativamente bueno, lo que no excluye la necesidad de buscar de remediar en el futuro las insuficiencias comprobadas.

La sorpresa que nos esperaba era ésta. Al trazar en un mapa de ensayo de escala muy grande las isolíneas correspondientes a  $T$  y a  $\Delta$ , vimos de inmediato que eran casi idénticos. De ahí la idea de trazar en un diagrama en papel milimetrado:  $\Delta$  en función de  $T$ . El resultado fué sorprendente. Se comprobó que  $\Delta$  era una función muy regular de  $T$ , cuya forma analítica exacta obtuvimos y de la que, en resumen, podemos decir que para períodos suficientemente grandes,  $\Delta$  es inversamente proporcional a  $T^4$ .

La verificación es perfecta para toda la red argentina (excepto para Iguazú). No es tan buena para los países limítrofes, ya se trate de la mitad norte de Chile, donde en realidad las cosas pueden suceder de un modo diferente, o del interior del Brasil, donde se intensifican las influencias térmicas tropicales (para las cuales, como ya lo hemos explicado, nuestro coeficiente de correlación simplificado ya no es tan significativo cuando esas influencias son de un orden comparable al de las variaciones accidentales), o del Uruguay, donde las observaciones que están en nuestro poder presentan serias lagunas.

Sin embargo, la existencia de una ley rígida entre la dispersión  $\Delta$  de las ondas y su período  $T$ , después de franquear la cordillera de los Andes, queda establecida sin la menor duda, a tal punto que esta ley ha sido aplicada con éxito como criterio para rectificar los errores materiales cometidos por la Oficina de Cálculos. Hemos hecho trazar un gran diagrama en papel milimetrado sobre el cual se han llevado los puntos ( $T$ ,  $\Delta$ ), a medida que se obtenían los resultados. Cuanto más se desarrolla el trabajo, más se confirma la ley, de modo que obtenemos puntos coincidentes dobles, triples y aun cuádruples.

Por lo tanto, para los cálculos futuros hemos decidido no hacer ejecutar más la determinación de  $\Delta$ , contentándonos con la de  $T$ , lo que reduce la operación a la mitad.

En este resultado merece subrayarse:

a) Que por los métodos del cálculo aleatorio ha sido puesta en evidencia una ley verificada numéricamente (se sabe que en meteorología las leyes cuantitativas pueden contarse con los dedos de una sola mano y todavía sin agotarlas).

b) Que las recientes teorías de la turbulencia (Heisenberg) y las confirmaciones experimentales obtenidas en el túnel por los que se dedican a la aerodinámica, en Inglaterra y en Francia, indican una tendencia asintótica para los períodos suficientemente grandes (torbellinos de gran escala) hacia una ley de dispersión en  $\frac{1}{T^4}$  precisamente.

c) Que esta ley en  $\frac{1}{T^4}$  es parecida a la ley de la difusión óptica,

de Lord Rayleigh (por la cual explicó el color azul del cielo y obtuvo un buen valor para el número de Avogadro). Esto significa que las ondas barométricas se comportan ante el obstáculo de la cordillera de los Andes como las ondas luminosas frente al obstáculo formado por las moléculas de aire en las altas capas de la atmósfera (red óptica irregular cuyos vértices están distribuidos al azar, y cuyas mallas son del orden de magnitud de las longitudes de onda).

d) Que es notable que la mitad norte de Chile (superando los 36° de latitud), donde el nivel de la cordillera de los Andes se eleva bastante bruscamente de 2.000 a 4.000 m en promedio) no siga esta ley, ni otra alguna, lo que hace pensar que la relación estricta entre los dos parámetros, *a priori* independientes, que son el período  $T$  y la dispersión  $\Delta$ , es el resultado de una especie de difracción debida a un efecto de estela.

Como quiera que sea, y desde el punto de vista práctico, y por lo menos en lo que respecta a la meteorología de la República Argentina, debido a la coincidencia funcional de  $\Delta$  con  $T$ , resulta que el problema que en un principio parecía exigir dos parámetros distintos<sup>8</sup>, en realidad no exige más que uno solo, lo que simplifica el problema mucho más de lo que esperábamos al iniciar su estudio.

La ventaja es más grande aún de lo que se podría pensar, en virtud de ciertas propiedades del período  $T$ , que son de invariancia o de independencia con respecto a los métodos de observación. En efecto, el período  $T$  no depende:

a) De la altura de la estación y de la reducción a un nivel de referencia.

b) Del promedio  $\bar{P}$  (o valor absoluto) de la presión.

c) De la variación diurna (puesto que se calcula partiendo de variaciones en 24 h y 48 h).

d) De los errores instrumentales del barómetro.

e) De la amplitud  $\sigma_p$  de los desvíos (o amplitud del fenómeno).

Por el contrario, la dispersión  $\Delta$  es sensible a esta amplitud media de los desvíos,  $\sigma_p$ , y en consecuencia, no es insensible a la variación diurna y a las influencias térmicas.

Pero, comparativamente, ¿qué podría decirse de la misma presión barométrica  $P$ , que, con todo, sirve de base hasta ahora para el trazado de las Cartas del Tiempo?

También a esta altura de la investigación, hemos empezado la exploración extensiva de los regímenes, pidiendo el cálculo de períodos de mes en mes, para todos los años pasados en los que se disponga de observaciones convenientes de la presión barométrica.

Más adelante nos ocuparemos del uso que podría darse a las cartas sinópticas de período, lo que orientará una nueva rama de esta investigación: el establecimiento de tipos de tiempo, de acuerdo con un concepto nuevo y más cercano a la realidad que el de los meteorólogos de la época de Mascart, Teisserenc de Bort, Hildebrandson, Angot y otros.

#### XI.—EL TRAZADO DE MAPAS SINOPTICOS ALEATORIOS

Cuando estuvimos en posesión de un cierto número de tablas de cifras relativas al período  $T$ , a la dispersión  $\Delta$  y, como lo veremos más adelante, a los coeficientes de correlaciones  $r(h)$  para una gama de intervalos y

<sup>8</sup> Esto puede ocurrir, incluso, para otras regiones, y pensamos en América del Norte, a sotavento de las Montañas Rocosas.

diferentes estaciones de origen, era evidente que correspondía transformarlas en una representación sinóptica, llevando los valores a los mapas y trazando las isóneas respectivas. Trabajo en sí trivial y que corresponde a la rutina cotidiana del meteorólogo. Presenta, sin embargo, una importancia primordial que no debe perderse de vista.

En efecto, no bastaba anotar las cifras en su lugar en el mapa y trazar en seguida las isóneas interpoladas por continuidad, lo que estaría al alcance de cualquier dibujante cuidadoso. Era esencial, por el contrario, ser guiado por un concepto general y estar bien compenetrado a cada instante del sentido físico de los números que se llevaban sobre el mapa. En el caso que nos ocupa, no se trataba de trazar un simple mapa de isobaras relacionado con los anteriores por costumbres consagradas desde tiempo, sino de entrar por primera vez en un dominio nuevo e inexplorado.

También se imponía el cuidado de defenderse de todo lo que pudiera haber de subjetivo en el trazado de curvas y en la interpretación que se les iba a dar. Esta fase del trabajo ha significado más tiempo y precauciones de lo que pudiera creerse de primer intento.

Justipreciando el vasto alcance de la labor experimental emprendida al trabajar sobre cartas especiales del Servicio Meteorológico Nacional (escala 1: 7.500.000), consideremos indispensable la ayuda de nuestro colega el doctor Rafael Di Maio, a la que llamaremos concreta para distinguirla de la colaboración espiritual que teníamos asegurada desde hacía tres años.

A través del largo intercambio de opiniones habido con él, el doctor Di Maio estaba profundamente compenetrado e interesado en los conceptos aleatorios al extremo de poner a nuestra disposición, para el trazado y la interpretación de los mapas de períodos, de dispersiones y correlaciones, la experiencia sinóptica por él adquirida en el hemisferio Norte (Europa, África y América del Norte) durante los pasados veinte años, y los conocimientos adquiridos y conceptos personales elaborados después, relativos a la circulación del aire y al mecanismo de sus perturbaciones en la República Argentina mediante el análisis cotidiano del tiempo. El suyo fué un aporte vital para el éxito de nuestra investigación.

Llegóse así al resultado importante de ver a dos especialistas en Meteorología sinóptica trabajando sobre caminos diferentes y conducidos a juzgar acerca del sentido y el valor de la aplicación de un método de formulismo matemático, es decir, abstracto a primera vista.

La actitud deliberada de trabajar separadamente al trazar los mapas nos libraba del temor de introducir algún factor subjetivo en la interpretación. A decir verdad, estos mapas exigen mucho menos interpretación que el mapa de isobaras de la red internacional para una hora dada. La parte de interpretación se ha aplicado en realidad sólo al Atlántico Sud, pero se obtuvo extrapolando los datos argentinos, uruguayos, brasileños, y de las islas del Sud, y no idealizando el trazado sobre el continente (todo conocido), partiendo del trazado (completamente imaginado) sobre el océano. Si se quisiera, siempre se podría, en nuestros mapas, hacer abstracción de la parte oceánica, sin perjudicar el trazado continental, el que, en todo caso, permanecerá firme y completamente valedero.

No deja de ser deplorable —debe decirse— que la obra emprendida no haya abarcado todo el continente sudamericano hasta las proximida-

des del ecuador, limitación obligada por el estado actual de las relaciones entre los Servicios que podría subsanarse en el futuro mediante una mejor organización meteorológica de la América del Sud.

#### XII.— LA COMPLEJIDAD DEL PROBLEMA DE LAS CORRELACIONES, Y LA SIMPLIFICACION QUE PUEDE PROPORCIONAR LA NOCION DE PERIODO

A pesar de la orientación dada a la investigación en el sentido extensivo (establecimiento de mapas de períodos para los meses pasados) no hemos perdido de vista la exploración « en profundidad » o intensiva del ejemplo del mes de julio de 1942, al que todavía no hemos hecho decir todo lo que podría.

Si volvemos por un instante, con el pensamiento, al concepto de la operación matemática general que, ejecutada totalmente, debe dar necesaria e inevitablemente la solución del problema meteorológico mundial, al modo como la triangulación ha permitido a los geodestas determinar la forma del geoide terrestre —operación que hemos designado con el nombre de « operación conex », y que consiste en calcular las correlaciones para todos los elementos meteorológicos fundamentales que se observan en la red, y para todos los pares de estaciones, teniendo en cuenta por añadidura el período anual— se nota rápidamente que, a pesar de los artificios y de las simplificaciones que el ingenio introdujo o pueda introducir, la empresa es desmesurada.

En efecto, a una red de  $n$  estaciones corresponden

$$N = \frac{n(n-1)}{2}$$

coeficientes de correlación mutuos, o sea para  $n = 100$ ,  $N = 4950$ , y todavía a esta cifra hay que multiplicarla por el número de intervalos empleados y por el número de meses estudiados. ¿Qué decir, entonces, del cálculo de los coeficientes de correlación múltiples, que exigen el desarrollo de determinantes de orden  $n$  en los que la complicación del cálculo va a crecer como « factorial de  $n$  ( $n!$ ) »?. Puede ser que las nuevas máquinas de calcular electrónicas lleguen algún día a resolver un problema semejante, pero, aún así, la dificultad se hallará luego al analizar y explotar los resultados obtenidos.

De ahí surge la necesidad absoluta de reducir este problema, ayudándose de conceptos físicos y buscando un hilo de Ariadna que nos guíe en el laberinto.

Ahora bien, ese hilo conductor va a ser precisamente el mapa de períodos.

En efecto, el sentido físico a dar a este mapa responde al esquema mental siguiente.

Sin aceptar ciegamente todos los conceptos actuales de la frontología y admitir la noción de masa aérea en la forma demasiado simplista y rápida con que se la representa comúnmente, se puede no obstante concebir la existencia de « cuerpos aéreos » dotados de una individualidad relativamente persistente, que se desplazan con movimiento propio en el seno de la atmósfera, y no se mezclan sino gradualmente con ella. El ejemplo más característico —admitido por todos los meteorólogos— son

las « invasiones polares », especie de inyecciones de cuerpos de aire frío en las circulaciones templadas o tropicales, y que penetran en ellas más o menos profundamente y con mayor o menor extensión superficial según la amplitud del impulso (de causa ignorada todavía) que las ha lanzado dentro de la circulación preexistente.

El fenómeno recíproco —estamos tentados a escribir simétrico—, y que es el avance de aire tropical hacia los polos, no parece ser tan limpio ni tan puro, aunque forzosa y finalmente deba establecerse una compensación exacta en virtud de la ecuación de la continuidad. Entra en nuestras intenciones estudiar su mecanismo detalladamente más adelante, mediante los procedimientos de cálculo aleatorio.

Permítasenos aquí una digresión.

Ese desequilibrio entre un fenómeno y su simétrico (mejor sería decir su recíproco, y mejor aún, su complementario) es un hecho muy general en las ciencias. Así, la no reciprocidad de la electricidad negativa (electrones) y la electricidad positiva (positrones); las diferencias esenciales de estructura entre los anticiclones y las depresiones, entre un frente frío y un frente cálido, entre los movimientos ascendentes del aire y sus movimientos descendentes; las propiedades distintas de los corpúsculos de función de ondas simétricas (fotones) y de los corpúsculos de función de ondas antisimétricas (electrones); y así en otros campos, a tal punto que se puede encontrar en el dominio del Algebra elemental una circunstancia análoga: la falta de simetría entre los números positivos y los números negativos.

A primera vista los números negativos parecen el reflejo en un espejo de los números positivos. Por otra parte, ésta es la impresión que cierto tipo de enseñanza elemental deja en los alumnos jóvenes. Sin embargo, basta recordar la regla de multiplicación para advertir que el producto de dos números negativos es un número positivo y nunca negativo.

Hay, pues, una diferencia de naturaleza, diríamos de significado ontológico, entre los números de signo opuesto.

Estas reflexiones no son tan ociosas como pudiera creerse; ellas u otras del mismo género han guiado a los físicos en la teoría de las formas cristalinas y a los químicos en la clasificación de los cuerpos compuestos y aún de los cuerpos simples.

Esta digresión tenía por objeto atraer la atención de los meteorólogos sobre la complejidad, o por lo menos la dualidad, de la noción clásica de masa aérea y sobre la limitación de los esquemas en que el signo + representa el aire caliente, y el signo —, el aire frío. Las cosas no son tan simples.

Volvamos ahora al problema meteorológico, abordándolo despojado de toda idea preconcebida, y olvidando deliberadamente lo leído en algunos libros, pero no lo visto en la realidad viva de los mapas sinópticos o climatológicos, ni en la atmósfera misma (nubes, humo, viento, lluvia, etc.).

Notamos que, en la base de todo, existe una noción fundamental: la de partículas de aire, tan indispensable en la meteorología como la de corpúsculo en la física. Pero esta partícula debe ser concebida con una gran flexibilidad de espíritu: es flúida, se difunde (turbulencia), y cambia de aspecto según la escala de observación.

Finalmente, es la concepción de una tal partícula lo que crea el sentido meteorológico del Mecánico de la Atmósfera, así como la del punto material y la del sólido crean el sentido mecánico del ingeniero de construcciones materiales, por ejemplo.

En el problema que ahora nos preocupa, trabajamos en escala sinóptica (es decir, la impuesta por la red y el ritmo de las observaciones internacionales). Debemos percibir mentalmente una partícula acorde con esta escala. A esta partícula, que hemos puesto en evidencia con gran nitidez en los mapas de correlación, la llamamos macropartícula. Puede corresponder más o menos a la noción de masa de aire, y en todo caso no se le opone y no puede sino reforzarla y precisarla.

Una macropartícula, tal como la vemos al restituir a la atmósfera lo que nos revela el trazado de los mapas, es una masa de aire y de una cierta extensión en superficie y de un cierto espesor, que constituye un medio relativamente homogéneo (con excepción, claro está, de los gradientes verticales que resultan de la existencia del campo gravitatorio), separada del medio ambiente por discontinuidades claramente marcadas.

Una imagen adecuada de una entidad flúida semejante sería, por ejemplo, un remolino en el lecho de un río, el cual reúne en su seno partículas líquidas que forman una comunidad como consecuencia de la organización de los movimientos internos, de manera que tal compuesto no se mezcla con el flúido circundante sino por contactos periféricos, en virtud del cual conserva bastante tiempo su individualidad (diríamos: una individualidad en escala social, resultante de la unidad armónica de movimientos de sus componentes). En efecto, la cohesión que ordena en unidad a las distintas partículas constituyentes del torbellino no tiene otra causa que la coherencia armónica de sus diferentes momentos particulares.

Es más, durante un cierto intervalo de tiempo las macropartículas así constituidas con autonomía van a seguir trayectorias predeterminadas por las reacciones del ambiente (orográficas o de cualquier naturaleza). Esto es lo que llamamos un régimen.

La persistencia observada de los regímenes durante un mes o más nos autoriza a confundir la individualidad de las diferentes macropartículas que lo siguen y, por consiguiente, a mezclar en una breve estadística los valores numéricos que pertenecen a unas y a otras como si se tratase siempre de la misma.

Esta persistencia de los regímenes, precisamente, debe permitirnos determinar el « lecho del río » que deben seguir necesariamente los torbellinos incluidos calculándolo sobre los mismos torbellinos. En consecuencia, este lecho resulta conocido y su trazado podrá servirnos para prever el camino a tomar por un torbellino futuro.

Y bien, la utilidad del mapa de los períodos es informarnos sobre el trazado de ese lecho que en lenguaje meteorológico ha sido designado ya, según la terminología de la escuela francesa, corriente de perturbaciones. Vamos a explicar por qué. La idea de una comunidad compacta (macropartícula) creada por la coherencia de los movimientos internos y como consecuencia de la similitud de destino de los individuos que la componen (partículas), se traduce bastante bien en forma matemática, por el pequeño valor de la dispersión de los movimientos individuales.

Ahora bien, en nuestro problema, en que se ha elegido la presión barométrica como índice representativo de estos movimientos, se trata de ondas barométricas cuya dispersión se mide por el parámetro  $\Delta$ , del que hemos hablado anteriormente.

Pero, por ser  $\Delta$  proporcional a  $\frac{1}{T^4}$ , los grandes períodos  $T$  caracterizan

a las macropartículas fuertemente individualizadas, jóvenes por consiguiente, mientras que los períodos pequeños corresponden a macropartículas ya difundidas y mezcladas en el ambiente, o sea viejas. Esto quiere decir también que los lechos del gran período que vemos aparecer en los mapas sinópticos de períodos, nos indican el trazado de las corrientes de perturbación, que, además, deben moverse en el sentido de los períodos decrecientes, puesto que las macropartículas se hacen más y más difusas a medida que se produce su progresión. Tal es nuestra interpretación de los mapas de períodos que ahora vamos a confrontar con la evolución de la macropartícula puesta en evidencia por el estudio detallado de las correlaciones.

### XIII.—EL MOVIMIENTO Y LA EVOLUCION DE UNA MACROPARTICULA REVELADOS POR EL ESTUDIO DE LAS CORRELACIONES

A la luz de estas ideas hemos examinado atentamente el mapa de períodos del mes de julio de 1942, sobre el cual descansa la parte intensiva de nuestro estudio. Se ve establecido claramente un lecho de perturbaciones que entra en la República Argentina al sud del paralelo 36, dirigiéndose al principio de SW a NE y desviándose luego hacia el N hasta llegar, por lo menos durante aquel mes, hasta Santiago del Estero. Por consiguiente, el problema muy complejo, *a priori*, del estudio de las correlaciones, había encontrado su hilo conductor. E íbamos a poder establecer las relaciones entre el movimiento de las macropartículas y los lechos de perturbaciones preexistentes, reveladas por los períodos, esto es, justificar o anular la interpretación de los mapas de períodos dada en el párrafo precedente.

Debíamos elegir la macropartícula inicial en el centro de la puerta de invasión y no hubo vacilación alguna al elegir la estación chilena de San Pedro. Tomamos, pues, este punto como base de operaciones y emprendimos el cálculo completo de las correlaciones entre San Pedro y las diversas estaciones argentinas y de los países limítrofes para intervalos de tiempo de acuerdo con la gama (de razón aritmética 24 H):  $h = 0$  H, 24 H, 48 H, 72 H, 96 H.

La razón 24 H se eligió como ya tenemos dicho: *a*) para no utilizar más que una observación por día de las redes, la de 9 H (hora argentina); *b*) para eliminar la influencia de la variación diurna<sup>3</sup>. Los resultados, con poca diferencia, han respondido a nuestras esperanzas.

El mapa correspondiente a  $h = 0$  muestra la existencia real de la macropartícula de aire inicial, llamada de « San Pedro », disimétrica en el sentido sud norte, alargada con respecto al oeste-este (estrechada) y disimétrica aún, aventajando el norte al sud.

Es evidente, además, que toda estación base elegida en un gran dominio en el interior de esta macropartícula — en su región central — habría dado resultados absolutamente concordantes. Evidentemente, la macropartícula inicial representa una « masa de aire » homogénea y compacta cuyos elementos constituyentes vibran juntos durante un cierto intervalo de tiempo. Es lo que podemos llamar, a pesar de la aparente contradicción de los términos, « un individuo social », o, lo que sería mejor, « un

<sup>3</sup> El empleo del verdadero coeficiente de correlación la eliminará rigurosamente. El empleo del coeficiente *suficiente*, no la eliminará rigurosamente sino para los períodos, pero la atenúa mucho para los otros parámetros ( $\Delta$  y  $r$ ).

individuo en escala social ». Para dar una idea de lo que entendemos por esto, tomemos un ejemplo prestado de las ciencias políticas, a primera vista, completamente extrañas a la ciencia de la atmósfera (la meteorología), pero pensemos que existen un esquema y un mecanismo comunes a todas las ciencias que tratan de conjuntos y asociaciones de individuos elementales (o de subconjuntos de éstos). Al pasar indiquemos que en nuestra terminología un conjunto no es más que un simple conglomerado de los individuos que la componen mientras que la asociación es el código de reglas que fijan las relaciones de los individuos, o de los subcompuestos de individuos entre sí (nociones tan distintas entre ellas como las nociones de espacio y de topología del espacio, siendo ésta, en algunos casos, expresable por una métrica).

Bien; el ejemplo que queremos citar es el de las naciones. Una nación es un conjunto de hombres reunidos por modos semejantes de obrar y de reaccionar ante el medio exterior, que crean un grupo compacto que « vibra en armonía » y que debido a esta solidaridad sigue durante un cierto curso de la Historia un destino común.

Una nación es, pues, un subconjunto de la población humana del globo terrestre dotada de una dimensión espacio-temporal, así como la macropartícula sinóptica es un subconjunto de partículas de aire singularizado en el seno del medio atmosférico y dotada de un cierto intervalo de vida.

En el lenguaje que empleamos, podríamos decir que el Imperio Romano es una macropartícula histórica dotada de una dimensión espacial (las fronteras, variables con el tiempo, de este Imperio) y de una duración temporal (el intervalo de tiempo más o menos definido en años, que ha transcurrido entre su constitución y su decadencia).

También la macropartícula sinóptica de San Pedro, es una asociación compacta de partículas de aire que los mapas meteorológicos nos revelan en un cierto instante de su ciclo existencial y que vamos a seguir en el tiempo y en el espacio, durante un intervalo que aquí no se mide ya en siglos sino en días.

Volviendo a nuestro problema técnico vemos sobre los sucesivos mapas establecidos que el desplazamiento de la macropartícula sinóptica « captada » en San Pedro se desplaza, casi en línea recta, del SW hacia el NE con velocidades rápidamente decrecientes.

Este retardo de la progresión puede explicarse por dos efectos: *a*) la resistencia que se forma en el medio ambiente contra su avance; *b*) el debilitamiento de su impulso inicial, resultado de su difusión en superficie (fenómeno general en la evolución de las masas flúidas) evidentemente correlativa también con su disminución de espesor (esto en virtud de la ecuación de la continuidad).

Sin embargo, a pesar de esta evolución decadente, la macropartícula de San Pedro pudo ser seguida e identificada sin equívoco durante 96 horas, hasta llegar a la región de San Pablo (Brasil) donde, por otra parte, todavía no había desaparecido; solamente había salido de los límites del diagrama.

Los mapas correspondientes a los intervalos de gama  $h$  ponen en evidencia, de un modo particularmente elocuente, los procesos que impiden y canalizan la progresión de la macropartícula de San Pedro, y producen debilitamiento. Veamos:

*a*) Sobre su orilla izquierda el lecho de perturbaciones está limitado por un obstáculo fijo y permanente constituido por la cordillera de los

Andes, del norte del paralelo 36, y se explica naturalmente por un efecto orográfico. Pero, fenómeno más curioso, la orilla derecha del lecho se forma progresivamente sobre el Uruguay y la costa atlántica del Brasil, y poco a poco resulta tan eficaz como el obstáculo geográfico regido por la alta cordillera. Se piensa fácilmente que el obstáculo que interviene aquí no es sino el anticiclón atlántico permanente que pertenece a la circulación terrestre. No sería la primera vez (idea cara a la Escuela Noruega) que «cuerpos» y «masas» de aire actuaran frente a otras masas flúidas menos poderosas, como verdaderas montañas.

El hecho también está de acuerdo con la concepción de la Escuela Francesa, según la cual las perturbaciones deben circular alrededor de los centros de acción (aquí, el anticiclón atlántico) sin afectarlos.

b) A este fenómeno de «canalización» se superpone el de «debilitamiento» por difusión superficial (y por consiguiente disminución correlativa de espesor) y el de disminución de la velocidad de propagación.

Una comparación, que no parece mala, para representar la evolución de nuestra macropartícula sería la de una gota de aceite, colocada sobre una mesa de mármol y sobre la cual se soplara; se desplazará cada vez menos rápidamente, en la dirección del impulso debida al sople, con una velocidad decreciente, y al mismo tiempo se aplastará y extenderá. Una vez que su espesor quede reducido casi a la nada, no existirá más como gota, pero habrá dejado sobre la mesa huellas húmedas y viscosas que dibujarán su «trayectoria flúida», naturalmente cada vez más extendidas y difusas.

Seguramente hay relaciones íntimas entre la velocidad de desplazamiento de la macropartícula de San Pedro, su espesor y su difusión superficial.

No se excluye que algún día se las pueda establecer combinando los medios teóricos y experimentales, y se concibe la enorme importancia que ofrecería al pronóstico y a sus aplicaciones (en particular la previsión de las heladas). Los cálculos aproximados, que se pueden utilizar desde este momento, demuestran que la macropartícula inicialmente debe tener un espesor comprendido entre 2000 y 4000 m, puesto que el punto estratégico (paralelo 36) del relieve de los Andes que determina esta partícula es precisamente aquel en que el relieve medio de la cordillera desciende de 4000 m (infranqueable) hasta los 2000 m (superado). Por su difusión ulterior en superficie, que nuestros mapas permiten calcular (aun muy exactamente si se lo quisiera), se puede deducir, utilizando la ecuación de la continuidad, el espesor de la macropartícula, a medida que se produce su progresión hacia el NE. De este modo se pudo calcular que en el momento en que la perdimos de vista, porque salía de los límites de los mapas, no tenía más que algunos centenares de metros.

Este hecho puede tener una importancia notable para la orientación de la Aerología argentina.

Sin negar el interés de los sondeos realizados por encima del nivel de la tropopausa, que evidentemente son indispensables si se quiere comprender el mecanismo completo de la circulación atmosférica y de sus perturbaciones, se puede esperar, asimismo, que una aerología restringida a los 4000 o 5000 m ya sería extremadamente preciosa para el pronóstico en el territorio de la República Argentina. Ahora bien, una altura semejante puede ser alcanzada fácilmente por una red regular y cotidiana de sondeos por avión. Mejor aún, en esos límites una red de radio-

sondeos resultará bastante económica, puesto que la recuperación de los instrumentos podría alcanzar un porcentaje superior al de los radio-sondeos europeos o norteamericanos, limitando a 5000 m la altura de ascenso de los globos-sonda.

En otro orden de cosas, subrayamos que el régimen que hemos analizado en julio de 1942 no es de los más excesivos, y que si se hubiera hecho el mismo estudio para el mes precedente (junio de 1942), se habría obtenido una penetración mucho más profunda todavía y más característica, de la macropartícula de aire polar hacia las latitudes bajas (no se excluye que en ciertos casos puedan llegar hasta el Ecuador).

Una última reflexión. El único indicio importante que muestra un cierto desvío entre el mapa de los períodos y la sucesión de los mapas de correlación (que evidentemente es una representación más física, pero más trabajosa para obtener, del régimen de perturbaciones), es que el lecho anunciado (preexistente) por el mapa de períodos se desvía hacia el norte, mientras que la macropartícula, que sigue exactamente este lecho durante las primeras 24 horas, continúa imperturbablemente hacia el NE. En el estado actual del problema, y exceptuando una nueva interpretación, se puede pensar razonablemente que siendo el mapa de períodos una representación estática (o instantánea) no está influido por el movimiento general de oeste a este de la circulación terrestre, mientras que ocurre lo contrario con los mapas sucesivos de correlación, los cuales, a medida que crece el intervalo de análisis *h*, deben experimentar un desplazamiento en conjunto hacia el este, cada vez más pronunciado.

Pero, si bien los mapas de períodos no pueden sustituir exactamente a los mapas sucesivos de correlación para plazos superiores a 24 horas, no es completamente imposible (por el contrario) crear una noción un poco menos rudimentaria que la de período, que haga intervenir en una medida apropiada el empuje debido a la corriente general del oeste y restablezca un acuerdo numérico perfecto entre los dos conceptos.

En fin, y aunque esto parezca poco clásico en meteorología, a primera vista no parece que la fuerza de Coriolis desempeñe un papel importante en la explicación de los movimientos observados en la macropartícula sinóptica. Esto lo afirmamos nosotros, nosotros que, sin embargo, siempre hemos sostenido el papel preponderante de la fuerza de Coriolis en los movimientos de la atmósfera. En el caso que nos ocupa, y para nuestra escala de trabajo, puede ser que desaparezca ante acciones más poderosas. Hay en esto motivo para reflexión.

#### XIV. — APLICACION DEL METODO DE LAS CORRELACIONES. PERMANENCIA DE LAS CORRIENTES DE PERTURBACIONES

Alcanzado el presente estado del estudio, y con el fin de acercarnos todavía más a la realidad, nos hemos hecho las autocríticas siguientes:

a) Conservando y siguiendo siempre la macropartícula inicial de San Pedro, ésta pierde progresivamente su individualidad, lo que se traduce por una disminución de las correlaciones centrales; así:

$$1 ; 0.94 ; 0.82 ; 0.60 ; 0.40 ; \dots$$

Y esto crea dificultades para la comparación de los estados sucesivos de la macropartícula.

b) El método que hemos empleado parece corresponder —por analogía— al estudio del movimiento de un fluido por sus líneas de corrientes (punto de vista de Euler), mientras que el movimiento de los seres físicos corresponde a las trayectorias (punto de vista de Lagrange), suponiendo que se pueda transportar de una manera tan sencilla el lenguaje de la Hidrodinámica clásica (o cierta) a la Mecánica de los fluidos turbulentos (o aleatoria). Porque en realidad —como lo hemos demostrado en nuestra segunda memoria de Lisboa<sup>10</sup>— la extensión al dominio aleatorio de los puntos de vista fundamentales de Euler y de Lagrange no pueden hacerse sino empleando nociones de estadística matemática (leyes de probabilidad simples, conjugadas y ligados), lo que hace difícil la exposición de estos asuntos a las personas que no están impregnadas en estas nociones y familiarizadas con ellas. No obstante, por el momento, puede servir la analogía grosera que hemos realizado: más adelante indicaremos otra más precisa.

c) El método original (líneas de corriente) desprecia en cierto modo las modificaciones que la macropartícula de aire inicial es capaz de provocar en el medio ambiente, hasta el punto de ocasionar algunas veces cambios en el lecho de las perturbaciones (como, por ejemplo, un río que desbordase o, peor, cambiase de lecho).

Teóricamente era fácil eliminar esas autocríticas, pero, en la práctica, exigía una nueva etapa de cálculo.

La hemos realizado (siempre para julio de 1942). Habiendo determinado, para ese mes, que la macropartícula de San Pedro se centralizaba después de 24 h en los alrededores de Junín (provincia de Buenos Aires), e inundaba ya prácticamente todo el territorio de la República con excepción de las provincias del NE, hemos proseguido los cálculos tomando ahora a Junín como nueva base de operaciones (coeficiente de correlación central igual a 1, en lugar de 0.94).

Esto nos ha llevado, después de un nuevo plazo de 24 h, hasta los alrededores de Paso de los Libres, que hemos tomado por base. La operación siguiente nos condujo hasta Iguazú, y la sucesiva hacia San Pablo (Brasil).

Indiquemos ahora la analogía, menos grosera que la anterior, entre este método de las trayectorias y el formalismo de la mecánica ondulatoria para estudiar los movimientos intraatómicos. En mecánica ondulatoria una observación se traduce por la creación de una onda  $\psi$  que permita prever, pero solamente en forma probabilista, a causa de la difusión de la onda  $\psi$ , que es un complejo, el resultado que va a dar una segunda observación ulterior. Pero, una vez ejecutada esta segunda observación, se vuelve a partir con una nueva onda  $\psi$ , más fresca y menos difusa (habiendo levantado la segunda medida la indeterminación que dejó la primera anterior), para prever en forma probabilista los resultados que daría una tercera observación (no hecha aún).

Y estos resultados están menos dispersados que si se hubiera querido prever los resultados de la tercera observación, partiendo solamente de la primera, sin parar por intermedio de la segunda, es decir, sin hacer efectivamente esto.

Ahora bien, en nuestro problema meteorológico, el estudio realizado con el método de las trayectorias, en lugar de las líneas de corriente —aunque naturalmente más preciso, más físico y de interpretación más fácil— ha aportado pocas modificaciones al sentido de los resultados obtenidos...

<sup>10</sup> G. DEDEBANT et PH. WEHRLÉ. « Mécanique aleatoire ». *Portugaliae Physica*, 1944 y 1945.

Esta conclusión es extremadamente satisfactoria, puesto que demuestra la permanencia —o por lo menos la persistencia— de los regímenes, es decir, la estabilidad de los caminos trazados por adelantado (o predefinidos).

De manera que nos encontramos (por lo menos en el interior de un mismo régimen) en la situación favorable de la mecánica analítica (Hamiltoniana), que permite, según el principio de mínima acción, determinar la trayectoria de un punto material móvil entre dos puntos fijos del espacio,  $A$  y  $B$ , en un campo de fuerzas permanente.

En el campo de la meteorología no se puede evitar comparar nuestras ideas actuales con las de los primeros meteorólogos sinópticos (pensamos en las trayectorias de van Beber), que habían postulado la existencia de caminos predestinados (preestablecidos) de las perturbaciones atmosféricas.

Se sabe que su tentativa ha sido un fracaso, pero no porque la idea fuera mala en sí, sino más bien porque no se dirigieron a elementos verdaderamente representativos, esto es, dotados de un sentido y de una realidad físicas.

Más adelante volveremos sobre este punto, que consideramos fundamental, puesto que si no existiese algo estable, semejante a las rutas de los ciclones de Van Beber, más valdría renunciar desde ya al pronóstico.

#### XV. — ALEATORIZACION DE LAS ECUACIONES DEL VIENTO GRADIENTE. LAS TENSIONES DE LA MACROPARTICULA

Dijimos antes porqué habíamos elegido la presión barométrica como índice del movimiento del aire. En vista de los resultados obtenidos reflexionamos en seguida acerca del modo de justificar teóricamente el éxito tan notable de esa elección, y llegamos a un resultado que arroja mucha luz sobre el asunto.

Para ello partimos de las ecuaciones del viento gradiente (o geostrófico) admitidas como exactas para el movimiento de una partícula sinóptica y las sometimos a una operación que designaremos con el neologismo de « aleatorización », para deducir de ellas las ecuaciones (más numerosas<sup>11</sup> que describen el movimiento de una macropartícula sinóptica, formada por partículas sinópticas elementales).

Esta operación de aleatorización es análoga a la que en las Nuevas Mecánicas se denomina « ondulización ». Por ejemplo, la extensión que permite pasar de la ecuación de Jacobi (Mecánica Analítica), a la ecuación de Schrödinger (Mecánica Ondulatoria) es una ondulización. Esta clase de operaciones es, pues, una extensión de las ecuaciones clásicas, según los nuevos conceptos, y es tal que en cualquier caso se pueden hallar las ecuaciones clásicas como caso particular.

Partamos, pues, de las ecuaciones clásicas del viento gradiente<sup>12</sup>:

$$u = + \frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$v = - \frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial x}$$

<sup>11</sup> Relativas al valor probable  $\bar{P}$ , la variancia  $\sigma P$  y la covariancia  $\overline{P_1' P_2'}$  (ver párrafo VI).

<sup>12</sup> Escritas para el Hemisferio Sud.

a las que se supone que obedece la partícula sinóptica elemental. Aquí  $(x, y)$  son las coordenadas según los paralelos (hacia el E) y los meridianos (hacia el N);  $(u, v)$ , las componentes correspondientes de la velocidad del viento;  $f = 2\omega\rho \sin \varphi$ , el factor de Coriolis ( $\varphi =$  latitud;  $\rho =$  densidad;  $\omega =$  velocidad de rotación de la tierra).

No discutimos aquí las condiciones de validez de estas ecuaciones por hallarse ampliamente enunciadas en todos los tratados de meteorología.

Por ahora, lo que queremos hacer ver es cómo tales ecuaciones, u otras, pueden ser transportadas a la mecánica aleatoria mediante el procedimiento de aleatorización. Como dijimos, se trata de encontrar las ecuaciones a las que satisfacen un conjunto de partículas elementales (o macropartículas), conociendo las leyes que rigen el movimiento de la partícula elemental.

Se notará que el procedimiento no consiste pura y simplemente en sumar las propiedades de los elementos para obtener las del conjunto, sino que va a introducir conceptos nuevos, que son precisamente los que el cálculo aleatorio ha creado *a priori*, sobre todo el de la covariancia o autocorrelación, que expresa la cohesión de los elementos del conjunto.

Se sobreentiende que el concepto aleatorio no necesita ser desarmado pieza por pieza para tener un significado lógico; pero resulta que los hábitos del pensamiento y la mentalidad que nos ha inculcado la enseñanza clásica nos hace más explicativa y más comprensible la estructura de un complejo considerándola como la reunión de sus elementos aunque éstos fueran de naturaleza hipotética, como los puntos del espacio, los átomos, los fotones, etc.

El primer paso de la aleatorización es sustituir la función cierta

$$P(x, y, t)$$

por la función aleatoria

$$P/x, y, t$$

que difiere de la primera en que puede no ser continua ni derivable en sentido estricto.

Pero, sin embargo, estas propiedades indispensables para la aplicación del análisis matemático (continuidad, derivación) existirán aun en forma global (o estadística).

La descripción de la función aleatoria, que finalmente debe hacerse mediante funciones ciertas, será más complicada que las de la función cierta que queremos transportar.

Pero los nuevos algoritmos necesarios, lejos de oscurecer la descripción la enriquecerán y generalmente corresponderán a nuevos entes físicos que obedecen a leyes y a regularidades imposibles de descubrir limitándose al concepto clásico.

En resumen, gracias a la función aleatoria habremos obtenido una mejor representación del mundo físico y ello se manifestará prácticamente en un mayor éxito en las aplicaciones que reclaman los problemas prácticos. Prosigamos. Las derivadas parciales ciertas:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \text{ y } \frac{\partial P}{\partial y}$$

van a ser sustituidas por las derivadas parciales aleatorias (en promedio cuadrático):

$$\dot{P}_x \text{ y } \dot{P}_y$$

Las velocidades  $u$  y  $v$  que eran las derivadas ciertas de las coordenadas  $x$  e  $y$ , de la partícula que se encontraba en el instante  $t$  en el punto geométrico  $(x, y)$ :

$$u = \frac{dx}{dt} \quad v = \frac{dy}{dt}$$

van a ser reemplazadas por las derivadas aleatorias  $(U, V)$ , de las coordenadas aleatorias  $(X, Y)$  de la partícula que en el instante  $t$  se encuentra en el punto geométrico  $(x, y)$ .

Las designamos por:

$$U = \dot{X}/t \text{ y } V = \dot{Y}/t$$

Luego, las ecuaciones del viento gradiente van a tomar la forma, idéntica en su estructura, pero de significación profundamente diferente<sup>13</sup>:

$$\begin{cases} U/x, y, t = + \frac{1}{f(y)} \dot{P}_y/x, y, t \\ V/x, y, t = - \frac{1}{f(y)} \dot{P}_x/x, y, t \end{cases}$$

El segundo paso de la aleatorización va a ser someter ahora esas ecuaciones (aleatorias) al operador promedio:  $(\bar{\quad}, \text{trazo})$ .

Van a transformarse en ecuaciones (certain) llamadas «en valores probables»:

$$\begin{cases} \bar{U}(x, y, t) = + \frac{1}{f(y)} \bar{\dot{P}}_y(x, y, t) \\ \bar{V}(x, y, t) = - \frac{1}{f(y)} \bar{\dot{P}}_x(x, y, t) \end{cases}$$

Ahora bien, según una de las reglas fundamentales del Análisis Aleatorio (permutabilidad del operador de derivación:  $(\cdot, \text{punto})$  con el operador promedio:  $(\bar{\quad}, \text{trazo})$ , se tiene:

$$\bar{\dot{P}}_y = \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \quad \text{y} \quad \bar{\dot{P}}_x = \frac{\partial \bar{P}}{\partial x}$$

De manera que las ecuaciones (en valores probables) del viento gradiente, resultan finalmente:

$$\begin{aligned} \bar{U}(x, y, t) &= + \frac{1}{f(y)} \frac{\partial}{\partial y} \bar{P}(x, y, t) \\ \bar{V}(x, y, t) &= - \frac{1}{f(y)} \frac{\partial}{\partial x} \bar{P}(x, y, t) \end{aligned}$$

<sup>13</sup> El factor de Coriolis  $f$  es una función *cierta* de la coordenada latitud  $y$ ; la densidad  $\rho$  puede suponerse constante para los movimientos horizontales, como es el caso.

Estas ecuaciones ciertas significan simplemente que, suponiendo que los movimientos de las partículas elementales de aire satisfagan a las ecuaciones del viento gradiente, las relaciones entre el viento medio y la distribución media de las presiones, son las mismas que entre el viento y la distribución de las presiones, en un caso individual (es decir, sobre un mapa sinóptico dado).

Resumiendo, hasta ahora no ha habido más que una trasposición de escala que no ha alterado en nada la forma de las ecuaciones. Pero esto no agota el contenido del concepto aleatorio.

Demos el tercer paso. Consiste en introducir las componentes puramente aleatorias de las funciones aleatorias, vale decir, las nuevas funciones aleatorias (de valor probable nulo):

$$P' = P - \bar{P} \quad U' = U - \bar{U} \quad V' = V - \bar{V}$$

Es evidente (debido a la linealidad de las ecuaciones del viento gradiente) que van a satisfacer a las ecuaciones (puramente aleatorias), siempre de la misma estructura:

$$\begin{cases} U'/x, y, t = + \frac{1}{f(y)} \dot{P}'_y/x, y, t \\ V'/x, y, t = - \frac{1}{f(y)} \dot{P}'_x/x, y, t \end{cases}$$

Se puede reflexionar un poco sobre el sentido de estas ecuaciones. El operador ( $\dot{\phantom{x}}$ , prima), que posee la jerarquía de una primera diferenciación, es un desvío con respecto al promedio.

Así, se puede decir que, en promedio, las fluctuaciones individuales del viento, y las fluctuaciones individuales del campo de la presión, también cumplen las relaciones del viento gradiente.

Pero todavía tenemos ecuaciones aleatorias y es necesario transformarlas en ecuaciones ciertas.

El cuarto paso a dar será deducir de ellas la covariancia (que, como límite, contiene la variancia).

Es la covariancia la que va a introducir una noción verdaderamente nueva, combinando pares de puntos y de instantes.

Tenemos dos puntos  $(x_2, y_2)$  y  $(x_1, y_1)$  así como dos instantes correspondientes  $t_2$  y  $t_1$  o, si se quiere, dos puntos  $(x_2, y_2, t_2)$  y  $(x_1, y_1, t_1)$  del espacio-tiempo  $(x, y, t)$ . Para cada uno de esos puntos (del espacio-tiempo) se pueden escribir las ecuaciones de las fluctuaciones individuales (escritas antes):

$$\begin{cases} U'/x_1, y_1, t_1 = + \frac{1}{f(y_1)} \dot{P}'_{y_1}/x_1, y_1, t_1 \\ V'/x_1, y_1, t_1 = - \frac{1}{f(y_1)} \dot{P}'_{x_1}/x_1, y_1, t_1 \end{cases}$$

y

$$\begin{cases} U'/x_2, y_2, t_2 = + \frac{1}{f(y_2)} \dot{P}'_{y_2}/x_2, y_2, t_2 \\ V'/x_2, y_2, t_2 = - \frac{1}{f(y_2)} \dot{P}'_{x_2}/x_2, y_2, t_2 \end{cases}$$

Multipliquemos el sistema relativo al punto-instante (1) por el sistema relativo al punto-instante (2) y hagamos intervenir el operador — trazo sobre las cuatro ecuaciones obtenidas. Se tiene:

$$\begin{cases} \overline{U'_1 U'_2} (x_1, y_1, t_1, x_2, y_2, t_2) = \frac{1}{f(y_1) f(y_2)} \overline{\dot{P}'_{y_1} \dot{P}'_{y_2}} (x_1, y_1, t_1, x_2, y_2, t_2) \\ \overline{U'_1 V'_2} ( \quad \quad \quad ) = \frac{1}{f(y_1) f(y_2)} \overline{\dot{P}'_{y_1} \dot{P}'_{x_2}} ( \quad \quad \quad ) \\ \overline{U'_2 V'_1} ( \quad \quad \quad ) = \frac{1}{f(y_1) f(y_2)} \overline{\dot{P}'_{y_2} \dot{P}'_{x_1}} ( \quad \quad \quad ) \\ \overline{V'_2 V'_1} ( \quad \quad \quad ) = \frac{1}{f(y_2) f(y_1)} \overline{\dot{P}'_{x_2} \dot{P}'_{x_1}} ( \quad \quad \quad ) \end{cases}$$

Efectuamos ahora en los segundos miembros la permutación de los signos de promedio y de derivación. Representando con  $P'_1$  y  $P'_2$  las fluctuaciones de la presión en los puntos-instantes (1) y (2) se obtiene en definitiva:

$$\begin{cases} \overline{U'_2 U'_1} (x_1, y_1, t_1, x_2, y_2, t_2) = \frac{1}{f(y_1) f(y_2)} \frac{\partial^2 \overline{P'_1 P'_2}}{\partial y_2 \partial y_1} (x_2, y_2, t_2, x_1, y_1, t_1) \\ \overline{U'_2 V'_1} ( \quad \quad \quad ) = \frac{1}{f(y_1) f(y_2)} \frac{\partial^2 \overline{P'_1 P'_2}}{\partial y_2 \partial x_1} ( \quad \quad \quad ) \\ \overline{U'_1 V'_2} ( \quad \quad \quad ) = \frac{1}{f(y_1) f(y_2)} \frac{\partial^2 \overline{P'_1 P'_2}}{\partial x_1 \partial y_2} ( \quad \quad \quad ) \\ \overline{V'_1 V'_2} ( \quad \quad \quad ) = \frac{1}{f(y_1) f(y_2)} \frac{\partial^2 \overline{P'_1 P'_2}}{\partial x_1 \partial x_2} ( \quad \quad \quad ) \end{cases}$$

Estas relaciones no tienen equivalentes de hidrodinámica cierta y aun son absolutamente intraducibles a su lenguaje. No pueden comprenderlas más que los que hayan hecho el esfuerzo de asimilar el concepto aleatorio.

Detengámonos un instante para ubicar el sentido de estas fórmulas, en el cuadro de las teorías avanzadas de la turbulencia. El tensor:

$$\left\| \begin{array}{cc} \overline{U'_1 U'_2} & \overline{U'_2 V'_1} \\ \overline{U'_1 V'_2} & \overline{V'_1 V'_2} \end{array} \right\| \text{ (no simétrico)}$$

es lo que hemos llamado, en mecánica aleatoria de los flúidos, el tensor de conexión. Expresa las relaciones estocásticas que existen entre los diferentes puntos de un flúido turbulento en los instantes diferentes  $t_2$  y  $t_1$ . Es el que regula la difusión del flúido en sí mismo. En el caso en que los instantes  $t_2$  y  $t_1$  coinciden, este tensor no es sino el tensor de von Karman del que se conoce el importante papel que desempeña en las teorías de la turbulencia.

Resulta, salvo un factor de proporcionalidad, que es el producto de las dos fuerzas de Coriolis en los puntos (1) y (2), que a causa de las relaciones entre el viento y la distribución de las presiones (viento gradiente),

los términos del tensor de conexión se deducen de las derivadas parciales segundas de una sola función  $\overline{P_1' P_2'}$  (ligada a la presión atmosférica), tomadas con respecto a las coordenadas que corresponden siempre a dos puntos diferentes. Es algo semejante a la derivación de una fuerza partiendo de un potencial.

Si hacemos tender el punto (1) hacia el punto (2), el tensor de conexión va a tender hacia el tensor de las fuerzas de tensión que se ejercen sobre la macropartícula, desde el medio ambiente, es decir

$$\left\| \begin{array}{cc} \overline{U'^2} & \overline{U' V'} \\ \overline{U' V'} & \overline{V'^2} \end{array} \right\| \quad (\text{simétrico})$$

Será proporcional salvo el factor  $\frac{1}{f^2}$  al tensor formado por los límites de las derivadas parciales segundas de la covariancia  $\overline{P_1' P_2'}$  del campo de presión, lo que también se puede escribir:

$$\left\| \begin{array}{cc} \overline{U'^2} & \overline{U' V'} \\ \overline{U' V'} & \overline{V'^2} \end{array} \right\| = \frac{1}{f^2} \left\| \begin{array}{cc} \overline{\dot{P}_y'^2} & \overline{\dot{P}_x' \dot{P}_y'} \\ \overline{\dot{P}_x' \dot{P}_y'} & \overline{\dot{P}_x'^2} \end{array} \right\|$$

puesto que se sabe que:

$$\overline{\dot{P}_y'^2} = \lim_{1 \rightarrow 2} \frac{\partial^2 \overline{P_1' P_2'}}{\partial y_1 \partial y_2}, \quad \overline{\dot{P}_x' \dot{P}_y'} = \lim_{1 \rightarrow 2} \frac{\partial^2 \overline{P_1' P_2'}}{\partial x_1 \partial y_2}, \text{ etc.}$$

Designemos de una manera general por

$$r(x_1 y_1 t_1, x_2 y_2 t_2)$$

el coeficiente de correlación entre las presiones en los puntos-instantes (1) y (2).

Por el momento hacemos  $t_1 = t_2$  y consideramos el coeficiente de correlación más particular:

$$r(x_1 y_1 t_1, x_2 y_2 t_2); (t_1 = t_2)$$

Tomando como origen el punto  $(x_1, y_1)$  podemos desarrollar el coeficiente de correlación en las proximidades de ese punto por la fórmula:

$$r(x_1 y_1 t_1, x_2 y_2 t_2) = 1 - \frac{1}{2} (Ck^2 + 2DKl + El^2) + \dots$$

donde  $k$  y  $l$  designan las diferencias de coordenadas:  $(x_2 - x_1)$  y  $(y_2 - y_1)$ , respectivamente.

$C, D, E$  son funciones de  $(x_1, y_1)$  solamente.

También podrían depender del tiempo  $t_1$  si no hubiéramos establecido ya que  $r$  es función estacionaria.

Para no complicar inútilmente la cuestión supongamos que la variancia

$$\sigma_p(x, y, t)$$

sea una constante.

Entonces, entre  $\overline{P_1' P_2'}$  y  $r_{12}$  tenemos la relación simple de proporcionalidad

$$\overline{P_1' P_2'} = \sigma_p^2 r_{12}$$

y pasando al límite ( $2 \rightarrow 1$ ) se ve que

$$\overline{\dot{P}_x'^2} = C\sigma^2; \quad \overline{\dot{P}_x' \dot{P}_y'} = D\sigma^2; \quad \overline{\dot{P}_y'^2} = E\sigma^2$$

De donde la relación entre las fuerzas de tensión y el campo de las isocoras (isolíneas de  $r$ )

$$\left\| \begin{array}{cc} \overline{U'^2} & \overline{U' V'} \\ \overline{U' V'} & \overline{V'^2} \end{array} \right\| = \frac{\sigma^2}{f^2} \left\| \begin{array}{cc} E & D \\ D & C \end{array} \right\|$$

Esta ecuación es extremadamente interesante en el sentido que establece una relación —por otra parte muy simple— entre las fuerzas periféricas de tensión que se ejercen sobre la macropartícula (tensor del primer miembro) y los elementos de curvatura de la superficie isocora (tensor del segundo miembro).

Para precisar mejor esta relación supongamos  $\overline{U' V'} = 0$  y, por consiguiente, también  $D = 0$ .

En tal caso, se reduce a

$$\begin{cases} \overline{U'^2} = \frac{\sigma^2}{f^2} E \\ \overline{V'^2} = \frac{\sigma^2}{f^2} C \end{cases}$$

Llamaremos superficie isocora la superficie cuyas líneas de nivel son las isocoras. Su indicatriz de curvatura con el punto central  $(x_1, y_1)$  puede ser representada por una de las isocoras correspondientes a un alto coeficiente de conexión (por ejemplo:  $r = 0.90$ ).

La ecuación de esta indicatriz es:

$$Ck^2 + El^2 = 2(1 - r)$$

Es una elipse, los cuadrados de cuyos semiejes son:

$$a^2 = \frac{2(1 - r)}{C} \quad b^2 = \frac{2(1 - r)}{E}$$

Se tiene, pues:

$$\begin{cases} \rho \overline{U'^2} = \frac{\lambda}{b^2} \\ \rho \overline{V'^2} = \frac{\lambda}{a^2} \end{cases}$$

$\lambda$ , coeficiente de proporcionalidad.

Así llegamos a este resultado de una elegante simplicidad: La tensión ejercida por el ambiente sobre la misma partícula, en la dirección de un eje, es inversamente proporcional al cuadrado del semieje perpendicular.

## XVI.— MECÁNICA DE LA MACROPARTÍCULA

Se comienza entonces a entrever que el movimiento de la macropartícula va a ser determinado por la forma de las isocoras, es decir, por la forma de la macropartícula en sí misma. Esta es una circunstancia muy distinta de la del caso de los centros isobáricos, cuyo desplazamiento no puede preverse sino uniendo al mapa de isobaras el mapa de las tendencias.

Un mapa de isobaras no contiene en sí mismo su futuro; dos situaciones isobáricas semejantes pueden evolucionar de manera completamente diferentes, y esto es lo que ha hecho que no resultara el concepto de Tipo de Tiempo establecido sobre los mapas isobáricos. No sucederá lo mismo si se lo hiciera sobre los mapas de isocoras.

Ahora vamos a bosquejar la *mecánica* de la macropartícula. Por cierto, vamos a introducir simplificaciones, pero estando abierto el camino, no resultaría difícil a los meteorólogos teóricos un poco pacientes, tratar el problema en su forma general.

Entre las simplificaciones introducidas, figurará sobre todo ésta: despreciaremos las variaciones de la fuerza de Coriolis con la latitud.

Las fuerzas de tensión superficiales que actúan sobre las macropartículas son las derivadas parciales de las fuerzas de tensión periféricas, es decir:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \overline{\rho U'^2} \quad \text{y} \quad \frac{\partial}{\partial y_1} \overline{\rho V'^2},$$

respectivamente.

Se expresan, pues, en función de los elementos geométricos que definen la forma de las isocoras por

$$\lambda \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \frac{1}{b^2} \right) \quad \text{y} \quad \lambda \frac{\partial}{\partial y_1} \left( \frac{1}{a^2} \right)$$

En el caso de que las isocoras sean elipses perfectas, los semiejes son iguales entre sí:

$$\begin{pmatrix} a' = a'' \\ b' = b'' \end{pmatrix} \quad \text{(fig. 1)}$$

y se puede decir que las derivadas precedentes son nulas.

Las tensiones periféricas se equilibran perfectamente y la macropartícula en total no experimenta ninguna resistencia por parte del medio ambiente. En este caso, su movimiento está regido por ecuaciones del viento gradiente, con respecto al campo bórico medio<sup>14</sup>.

Teóricamente es lo que debe pasar si se admite que las partículas sinópticas siguen rigurosamente la ley del viento gradiente. Para encontrar un resultado diferente, sería menester renunciar a esta hipótesis. Sin embargo, vamos a permitirnos buscar un resultado diferente aun conservándola.

Evidentemente, esta manera de razonar no es absolutamente ortodoxa, pero no faltan en física teórica ejemplos en los que se permiten tales libertades. Por ejemplo, la teoría cinética de un gas en estado perturbado continúa suponiendo la perfección de las moléculas aunque visiblemente

<sup>14</sup> Ahora empleamos las notaciones  $x$  e  $y$  en lugar de  $x_1$  e  $y_1$  para simplificar la escritura.

haya energía disipada y los choques ya no pueden ser perfectos: los métodos llamados de « perturbación » que permiten pasar de la estática de un estado de equilibrio a la dinámica de los estados perturbados, cometen una infracción del mismo género.

No obstante, los resultados han sido buenos. Si mal no recuerdo, el matemático italiano Levi-Civita ha legitimizado métodos semejantes gracias a la noción de constante adiabática.

En todo caso, como ya dijimos, no se trata aquí de matemática pura, sino de una aplicación, y los resultados siempre pueden justificar *a posteriori* la legitimidad de las hipótesis y del razonamiento.

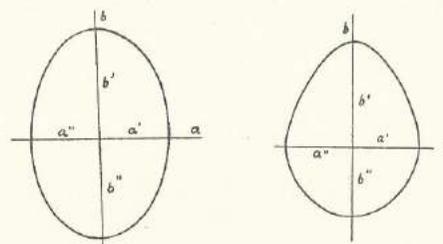


FIG. 1.

FIG. 2.

Así, vamos a suponer que la isocora toma la forma de un ovoide excéntrico (fig. 2), lo que, por otra parte, corresponde a la realidad que nos han mostrado los mapas de isocoras. En este caso, las fuerzas de tensión superficiales:

$$\frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho U'^2} \quad \text{y} \quad \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho V'^2}$$

ya no son nulas.

Todo sucede como si la presión media  $\overline{P}$  (tensor diagonal de términos iguales) hubiera sido reemplazada por el tensor diagonal pero de términos desiguales:

$$\begin{vmatrix} \overline{P} + \overline{\rho U'^2} & 0 \\ 0 & \overline{P} + \overline{\rho V'^2} \end{vmatrix}$$

Luego, las ecuaciones del movimiento de la macropartícula serán:

$$\begin{cases} \rho \frac{dU_0}{dt} = - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} - fV_0 - \frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho U'^2} \\ \rho \frac{dV_0}{dt} = - \frac{\partial \overline{P}}{\partial y} + fU_0 - \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho V'^2} \end{cases}$$

Consideremos la velocidad  $(U_0, V_0)$  de la macropartícula como la suma de la velocidad  $(\overline{U}, \overline{V})$  del viento gradiente; y de una perturbación  $(\Delta \overline{U}, \Delta \overline{V})$  de este viento.

Las ecuaciones precedentes van a reducirse a las ecuaciones « en perturbaciones »:

$$\begin{cases} \rho \frac{d\Delta\bar{U}}{dt} = -f\Delta\bar{V} - \frac{\partial}{\partial x} \rho \bar{U}'^2 \\ \rho \frac{d\Delta\bar{V}}{dt} = -f\Delta\bar{U} - \frac{\partial}{\partial y} \rho \bar{V}'^2 \end{cases}$$

y ahora agreguemos la simplificación que las aceleraciones (primeros miembros) pueden despreciarse con respecto a la fuerza de Coriolis (cosa ya admitida para la partícula sinóptica elemental). Obtenemos:

$$\begin{cases} \Delta\bar{U} = \frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial y} \rho \bar{V}'^2 \\ \Delta\bar{V} = -\frac{1}{f} \frac{\partial}{\partial x} \rho \bar{U}'^2 \end{cases}$$

que son ecuaciones de la misma forma que las del viento gradiente, excepto que las tensiones no se reducen más a una presión isotrópica.

Reemplacemos ahora las tensiones por sus expresiones conocidas en función de la característica geométrica de las isocoras. Queda:

$$\begin{cases} \Delta\bar{U} = \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{b^2} \right) \\ \Delta\bar{V} = -\mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{a^2} \right) \end{cases}$$

donde  $\mu$  es la nueva constante  $\frac{\lambda}{f}$  (positiva).

Hagamos ahora una aplicación práctica solamente cualitativa de estas fórmulas.

En la hipótesis de una corriente general del oeste, las isobaras medias están orientadas de W-E, y se tiene:

$$\bar{V} = 0$$

Debiera esperarse, pues, que en un movimiento no desordenado (lo que no quiere decir no turbulento), la macropartícula se desplazara de oeste a este.

Pero el desorden producido por un obstáculo (continente o cadena de montañas) va a modificar el movimiento de la macropartícula.

Refirámonos al óvalo de la Fig. 2. Se puede tomar  $\left( \frac{1}{b'^2} - \frac{1}{b''^2} \right)$  como

$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{b^2} \right)$  y en el caso de la figura, es negativa.

También  $\left( \frac{1}{a'^2} - \frac{1}{a''^2} \right)$  que representa  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{a^2} \right)$  es negativo.

Tenemos, pues,  $\Delta\bar{U} < 0$  y  $\Delta\bar{V} > 0$ .

Es decir que la introducción del obstáculo va a amortiguar la progresión hacia el este de la macropartícula y dotar a su movimiento de una componente hacia el norte. Ahora bien, éste es exactamente el efecto que hemos constatado en los mapas, a tal extremo que la macropartícula se desplaza exactamente de SW a NE<sup>15</sup>.

Señalemos, además, una consecuencia que puede tener importancia.

Es bien sabido por los meteorólogos que el viento gradiente posee una divergencia nula (si se desprecian las variaciones del factor de Coriolis). Y esto crea un malestar en el espíritu: creer, por una parte, en el viento gradiente, hecho bien verificado por la experiencia en la atmósfera libre, y por otra parte, en los movimientos verticales del aire, necesarios para explicar las nubes y la lluvia.

Pues bien, he aquí la novedad. El movimiento de la macropartícula contiene una divergencia. Es:

$$\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} = \frac{\partial \Delta\bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta\bar{V}}{\partial y} = \frac{1}{f} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\rho \bar{V}'^2 - \rho \bar{U}'^2)$$

Ya no es nula, puesto que las tensiones no son isotrópicas como la presión. Tal vez fuera posible deducir esta divergencia del mapa de isocoras<sup>16</sup>.

Para concluir este aspecto del tema hagamos notar cómo la macropartícula se vuelve cada vez más un ser físico, a tal punto, que puede someterse al cálculo. Pero se observa que su mecánica es notablemente diferente de las de las partículas componentes, no que no debe asombrarnos, puesto que siempre hemos sostenido la tesis según la cual el aspecto de los fenómenos cambia con la escala de observación, tesis que se ha impuesto hoy en la Física moderna (física macroscópica, física atómica, física nuclear).

Pero vamos a hacer aún más y conferir a las isocoras un significado físico perfectamente claro.

#### XVII. — RELACION ENTRE LA DIFUSION DE LA MACROPARTICULA Y LA CORRELACION DE LA PRESION

Dado que existe una gran corriente permanente del oeste, de la circulación terrestre, el coeficiente de conexión (o de correlación, poco importa) debe revestir una forma más particular. Sea  $u_0$  la velocidad de la corriente del W, que supondremos independiente de la latitud, como hemos hecho con el factor de Coriolis (aunque sepamos muy bien que estas dos suposiciones son inexactas tanto una como la otra, lo cual no obsta por no constituir lo esencial del fenómeno).

Entonces, las coordenadas  $x$  y  $t$ , en lugar de intervenir separadamente, van a figurar combinadas, sea:

$$(x - u_0 t)$$

<sup>15</sup> Para el hemisferio norte las ecuaciones del viento gradiente se obtendrían partiendo de las del hemisferio sud, cambiando  $u$  por  $-u$  y  $v$  por  $-v$ . Luego, el desorden introduciría una componente hacia el sud, lo que se observa pero menos pronunciada, que la componente hacia el norte del hemisferio austral, por supuesto, en igualdad de condiciones.

Evidentemente estas conclusiones no pueden aclararse sino aplicando el método aleatorio al hemisferio norte.

<sup>16</sup> Es evidente que esta magnitud depende de los términos de 4º orden del coeficiente de correlación, relación que es un poco difícil de conseguir dadas la pequeña densidad de la red de que disponemos.

y la presión (como cualquier otra magnitud meteorológica que intervenga en esta corriente) va a ser una función aleatoria de

$$(x - u_0 t)$$

y de  $y$ .

Como hemos supuesto que es estacionaria con respecto a  $t$ , es necesario admitir que también lo es con respecto a  $x$ ; luego también con respecto a  $(x - u_0 t)$ . Es decir que:

$$r(x_1, y_1, t_1, x_2, y_2, t_2)$$

en realidad no es otra cosa que función de:

$$(k - u_0 h, y_1, y_2)$$

donde

$$k = x_2 - x_1 \quad y \quad h = t_2 - t_1$$

Recordemos ahora algunas nociones relativas al fenómeno de la difusión (turbulenta) de un fluido dentro de sí mismo.

En un instante dado (por ejemplo,  $h = 0$ ) la macropartícula está centrada sobre un punto probable  $(\bar{X}, \bar{Y})$ , en nuestro caso San Pedro (de Chile).

Las partículas sinópticas que la componen están dispersas alrededor de este centro y su desvío se mide por la componente aleatoria de sus coordenadas, verbigracia, en el sentido sud-norte, por:

$$Y' = Y - \bar{Y}$$

Esta dispersión (o mejor difusión) puede medirse por la variancia de  $y$ , pero esta variancia debe ser calculada siguiendo a la macropartícula en su movimiento (punto de vista de Lagrange). Es, pues, un promedio de Lagrange<sup>17</sup>, promedio que designamos con el signo  $(\overline{\quad})$ , o sea:

$$\overline{Y'^2}$$

La teoría aleatoria de la difusión muestra que admitiendo que la componente  $V$  de la velocidad es la derivada en promedio cuadrático de la coordenada  $Y$ , y designando con  $\mathcal{W}$  el coeficiente de autocorrelación de  $V$ , y con  $S^2$  su variancia, se tiene:

$$\overline{Y'^2} = S^2 \int_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1 - s) \mathcal{W}(s) ds,$$

lo que expresa que  $\overline{Y'^2}$ , que es una función de  $h = t_2 - t_1$  solamente, tiene por derivada segunda.  $S^2 \mathcal{W}(h)$ . Escribamos, entonces:

$$\frac{\partial^2 \overline{Y'^2}}{\partial h^2} = S^2 U(h) = \overline{V_1' V_2'};$$

como  $x$  y  $t$  intervienen solamente en la combinación  $(x - u_0 t)$  las derivadas con respecto a  $x$  (o con respecto a  $k$ , diferencia de las  $x$ ) son proporcionales a las derivadas con respecto a  $t$  (o con respecto a  $h$ , diferencia de las  $t$ ) con el factor de proporcionalidad:  $\frac{1}{u_0}$ .

<sup>17</sup> Todas estas nociones están explicadas detalladamente en nuestra memoria de Lisboa, ya citada.

En consecuencia, se puede escribir adoptando derivadas derechas  $d$  en lugar de derivadas redondas  $\partial$ , puesto que las  $y$  ya no intervienen en el asunto,  $\frac{d^2}{dk^2} \overline{Y'^2} = \frac{\overline{V_1' V_2'}}{u_0^2}$ .

Pero, por otra parte, la aleatorización de las ecuaciones del viento gradiente nos había llevado a la relación (cuarta ecuación del sistema de ecuaciones en covariancias):

$$\overline{V_1' V_2'} = \frac{1}{f_1 f_2} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \overline{P_1' P_2'}$$

Ahora bien,

$$\frac{\partial}{\partial x_2} = - \frac{\partial}{\partial x_1} = \frac{d}{dk}$$

de donde

$$\overline{V_1' V_2'} = - \frac{1}{f_1 f_2} \frac{d^2}{dk^2} \overline{P_1' P_2'} = - \frac{\sigma_p^2}{f_1 f_2} \frac{d^2 r(k)}{dk^2}$$

Reuniendo este resultado con la expresión de la difusión, que recordamos antes, se obtiene una expresión extremadamente notable:

$$\frac{d^2}{dk^2} \overline{Y'^2} = - \frac{\sigma_p^2}{u_0^2} \frac{1}{f_1 f_2} \frac{d^2}{dk^2} r(k)$$

Luego,  $\overline{Y'^2}$  y  $r(k)$  funciones en la variable  $k$ , también de  $y_1, y_2$ , pero éstas no intervienen en el signo de derivación, tienen iguales derivadas segundas, a menos de un factor. Si se observa que  $\overline{Y'^2}(0) = 0$  y que  $r(0) = 1$ , entonces la relación entre esas dos magnitudes es, en términos finitos.

$$\overline{Y'^2} = \frac{\sigma_p^2}{u_0^2} \frac{1}{f_2 f_1} (1 - r)$$

Así, a menos de un factor de proporcionalidad, que depende de la latitud algo semejante al modo como varía la escala de un mapa, según el sistema de proyección, las isocoras  $(1 - r)$ , que son en cierto modo, el clisé « positivo » del clisé « negativo » de las isocoras  $r$ , representan la difusión de la macropartícula en sí misma, en el sentido de los meridianos. Son, pues, una representación física exacta de la invasión polar que los mapas ponen en evidencia<sup>18</sup>.

He aquí, a nuestro parecer, un sentido perfectamente claro dado a las isocoras (o a su complemento a la unidad), que explica *a posteriori* por qué son tan representativas de los movimientos reales del aire.

Todavía puede agregarse que el espesor  $\Delta z$  de la micropartícula debe variar *grasso modo*, en razón inversa de su extensión de superficie, es decir, como  $1/(1 - r)$  (ecuación de la continuidad). Esto es lo que nos ha

<sup>18</sup> El sentido físico de esta relación es el siguiente. Quiere decir que si durante el mes de julio de 1942 se hubieran lanzado desde San Pedro unos 10.000 globos pilotos, torzando en techo a una altura dada, por ejemplo 2.000 m, como hicieron los japoneses durante la última guerra para atacar a los Estados Unidos y el Canadá, la dispersión de los globos en el espacio hubiera estado representada por las isocoras (isocronas) al final de los diferentes intervalos de tiempo.

permitido declarar antes que las inyecciones de aire polar que afectan el clima y el tiempo de la República Argentina tienen un espesor comprendido entre 2.000 y 4.000 m, que pierden a medida que progresan hacia el NE. A falta de datos de altura, la cordillera de los Andes nos va a servir de escala hipsométrica (debido a la existencia del punto de detención situado a la latitud de 36°).

Creemos haber aportado una valiosa contribución a la noción confusa de masa de aire (o cuerpo aéreo, o como quiera llamárselo) por lo menos en el caso de las invasiones polares.

El caso inverso —al que no llamamos simétrico— puede estudiarse por los mismos métodos.

#### XVIII.—REFLEXIONES ACERCA DE TENTATIVAS ANTERIORES SOBRE EL ESTUDIO DE LA CIRCULACION DEL AIRE EN LA REPUBLICA ARGENTINA

En mérito a la verdad debemos reconocer que no ha escapado a los especialistas de la Argentina la importancia del estudio global de la circulación del aire en el amplio ámbito del territorio, y que se han intentado repetidos esfuerzos en ese sentido. Pero puede afirmarse que la labor cotidiana del pronóstico ha absorbido de tal manera a los expertos que

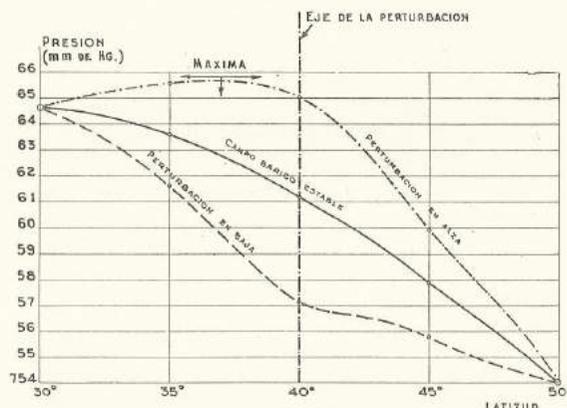


FIG. 3. — Efecto de una perturbación en alza y de una perturbación en baja en el campo bórico estable austral.

muy poco tiempo ha quedado vacante para dedicarlo de manera sistemática a la alta especulación científica. Y bien sabemos el empleo de energías, tiempo y recursos que exige cualquier plan de investigación de este carácter, se desarrolle en esta República o en cualquier otro país.

En concreto, los procedimientos empleados por los distintos meteorólogos para poner en evidencia la circulación del aire en estas latitudes, han sido las trayectorias de los ciclones y de los anticiclones —esto es, centros de baja y alta presión—, así como los desplazamientos de los frentes.

El resultado, por cierto, no ha sido muy fructífero. Los movimientos de cada una de estas entidades, en efecto, son caprichosos en extremo.

A las dos primeras se las ve cambiar bruscamente de rumbo, hasta en 90°. A la tercera, se la advierte en avance, luego en retroceso, más tarde en nuevo avance, etc., lo que debiera producir cada vez y en un corto intervalo de tiempo, la transformación del frente frío en caliente, o a la inversa, gimnasia a la que parecería un poco exagerado someter a la atmósfera aunque la sepamos muy versátil.

Por añadidura, estas trayectorias no son absolutamente acordes entre sí, de manera que es difícil extraer de la contemplación, aun prolongada, de su conjunto, una idea aunque no sea muy clara del movimiento general del aire y de sus perturbaciones.

En lo que respecta a la trayectoria de los centros de baja y alta presión, fácil sería aportar un remedio, cual es el empleo de las trayectorias de los núcleos de variaciones, que tiene la enorme ventaja de eliminar el campo barométrico preexistente y de poner en evidencia a los individuos cuya representación básica no está centrada.

Este procedimiento se impone mucho más en el hemisferio sureño que en Europa o en América del Norte, dado el relieve acusado que presenta el campo de presión de la circulación terrestre en este hemisferio.

En cuanto a los frentes, es necesario admitir que el concepto con que se los traza raramente coincide con una realidad física.

Volvemos, pues, a encontrar aquí, en estas tentativas, un fracaso análogo al de Van Beber, con su determinación de las rutas de las depresiones, que si bien para Europa no fué tan rotundo porque allí los centros de depresión son una imagen más aproximada de las perturbaciones —las perturbaciones móviles de alta presión son las que allí no están centradas—, aquí, en la Argentina, cobra significado.

En efecto, en la Fig. 3 aparece, en línea llena, el perfil según la latitud del campo de presión (estable) de la circulación terrestre de W a E del hemisferio sud. Al campo bórico estable superponemos una perturbación completa: *baja*, después *alta* (trazos punteados) admitiendo para mayor simplicidad la simetría de las dos. A simple vista se nota, dada la presencia de un punto de inflexión marcado en el perfil del campo bórico estable, que la traza de la baja generalmente no será centrada, a menos que la perturbación sea muy profunda, y estará desplazada hacia el sud. Esta observación fué hecha hace más de veinte años por Ph. Wehrlé, ex Director del Servicio Meteorológico Nacional de Francia, quien se interesaba por la Meteorología del hemisferio sud, considerando que debido a su gran simplicidad podía dar la clave de muchos problemas que afectaban y afectan al hemisferio norte.

Esta simple observación debiera *a priori* descartar la representación del movimiento de las perturbaciones por su imagen bórica y explica por qué hay más anticiclones móviles que depresiones y por qué sus trayectorias no coinciden.

Naturalmente, en las latitudes bajas, el campo estable va a modificar menos la representación y se volverán a encontrar de nuevo depresiones centradas.

Es evidente que la solución de estas dificultades y discordancias puede ser aportada por la noción de macropartícula (o sea, cuerpo aéreo o masa de aire), individuo puesto claramente de manifiesto por las correlaciones y, por otra parte, extrapolable, puesto que está dotado de persistencia, y el cual obedece en su movimiento (de conjunto, de expansión y de aplastamiento) a leyes numéricas que se descubrirán rápidamente si la vía que hemos abierto es explotada con medios suficientes.

## XIX. — ACERCA DE LOS FRACASOS

En todo lo que precede no hemos hablado más que de los éxitos de nuestro programa de investigaciones. Evidentemente, los fracasos y las tentativas infructuosas han sido de poca importancia para el desarrollo futuro del tema, y con gusto los pasaríamos por alto, si no los consideráramos de utilidad para otros investigadores.

En nuestro caso, los ensayos infructuosos no han sido muy numerosos, porque cada operación de cálculo ha sido precedida por una reflexión cuidadosa y profunda antes de ejecutarla. Pero como en materia de investigaciones no debe despreciarse ninguna eventualidad, a veces es necesario asegurarse de que una hipótesis posible no es la buena aun cuando se estuviera ya casi convencido, puesto que con esto se evitaría que otros se pierdan en un camino equivocado.

El caso se produjo, por ejemplo, cuando emprendimos para la isla de Juan Fernández (Chile) la misma operación que hemos descrito para la base de San Pedro. Ahora bien, esta última operación, por lo menos para el mes estudiado, julio de 1942 —y nos cuidamos de no generalizar arbitrariamente los resultados obtenidos— no ha dado resultado.

Con todo, fué necesario hacer esta prueba negativa para convencerse de la eficacia de la barrera andina al norte del paralelo 36.

## XX. — LOS COEFICIENTES DE CORRELACION MULTIPLE

Hablemos ahora de la investigación de los coeficientes de correlación múltiples, tan próximos a la unidad como sea posible. Su obtención es un problema de gran importancia (y no tan fácil como parece), porque entonces estará resuelto, por lo menos, el problema del pronóstico del elemento que ha servido de base (aquí la presión atmosférica).

Ahora bien, ya habíamos obtenido para un intervalo de 24 H, y basándonos en San Pedro (Chile), elevados coeficientes de correlación simple (0.94), pero solamente en el lecho de la corriente de perturbaciones, o, más exactamente aún, en la región alcanzada, al cabo de 24 horas, por el centro de la macropartícula (que para el caso estudiado resultó ser la provincia de Buenos Aires).

Pero lo que era importante encontrar (en vista del pronóstico a 24 h) era un segundo elemento, cuya adición permitiera hallar un coeficiente de correlación (doble, esta vez) que diera un valor próximo a la unidad, para toda la República Argentina.

La adición de la presión en la isla de Juan Fernández no ha aportado ninguna mejora sensible, excepto, claro está, para la mitad norte de Chile.

Por el contrario, el agregado de la presión con 24 horas de anticipación, de la estación considerada, ha dado resultados sorprendentes: los coeficientes de correlación se uniforman en toda la República y sobrepasan (poco, y asimismo nos avergüenzan, en un pequeño número de casos), el valor unitario<sup>19</sup>, lo que es índice de una fuerte conexión entre:

<sup>19</sup> Al principio hemos aclarado bien que el coeficiente de correlación sucesivo que hemos usado en lugar del verdadero para aliviar los cálculos, no podía pasar de 1 cuando era simple (primera condición de coherencia), pero que muy bien podía superar a 1 si era múltiple o solamente doble (condiciones de coherencia de orden superior). Como quiera que sea, su valor elevado, centrado alrededor de la unidad es la prueba de que el coeficiente clásico —si uno se toma el trabajo de calcularlo— debe diferir muy poco de la unidad por defecto.

- a) La presión de San Pedro (o de la región vecina), en el día  $(J-1)$  y la hora  $H$ .
- b) La presión en una estación  $x$  de la República Argentina el mismo día  $(J-1)$  y a la misma hora  $H$ .
- c) La presión en esta estación  $x$  el día siguiente  $J$  y a la misma hora  $H$ .

Los valores más débiles del coeficiente de correlación doble se observan, como era fácil de prever, en la misma región de San Pedro, precisamente de donde provienen las enseñanzas.

Esta región se comporta (para el mes estudiado: julio de 1942, digámoslo de una vez) como un centinela de avanzada que naturalmente está más expuesto a las sorpresas del enemigo que el grueso del ejército al que debe advertir.

Ni siquiera nos ha parecido necesario trazar el mapa de las isóneas de este coeficiente de correlación doble, a tal punto que resaltaba su aspecto de la lista de cifras. En realidad, no era posible trazar decentemente una isónea: debía ponerse en todas partes 1.

## XXI. — APLICACION AL PRONOSTICO DE 24 HORAS

Ahora podemos indicar la contribución del pronóstico que puede esperarse de los estudios precedentes aunque todavía inconclusos. Hablemos primero del pronóstico de 24 horas.

En nuestra opinión, ha quedado establecido que, en el régimen existente en el mes de julio de 1942, era posible prever, con mucha exactitud, la presión barométrica en cada punto  $x$  de la República Argentina, solamente conociendo con 24 horas de anticipación la presión en la zona de San Pedro (Chile) y la presión en el mismo punto  $x$ .

¿Cuál será el sentido del resultado, admitiéndose *a priori* que será favorable?

La presión  $P(x, J)$ , en lugar de  $x$  el día  $J$  y a la hora  $H$ , se calculará mediante las presiones  $P(O, J-1)$  y  $P(x, J-1)$  (en el caso que nos ocupa,  $O$  designa a San Pedro, y  $x$ , a una estación cualquiera de la red argentina), por una ecuación de regresión<sup>20</sup>:

$$P'(x, J) = a P'(O, J-1) + b P'(x, J-1)$$

donde  $a$  y  $b$  son dos coeficientes de regresión que se deducen de los coeficientes de correlación entre los tres números aleatorios  $P$ , enunciados arriba.

Estos coeficientes de regresión los conocemos por adelantado puesto que sabemos que el mes de julio de 1942 pertenece a un cierto régimen, que designaremos por  $A$ , para el cual, a la luz de las observaciones del pasado —y supuesto que valga la pena explotarlas de una manera sistemática— hemos calculado empíricamente los coeficientes de correlación.

Luego, la tarea del pronosticador se reducirá a la identificación del régimen  $A$ . El resto, por lo menos en lo que respecta al futuro de mapas de isobaras, es asunto de cálculos que pueden conducirse rápidamente (tablas). Los resultados valdrán mientras dure el régimen  $A$ , y ya sabemos que por lo menos puede durar un mes. La dificultad no surgirá más que en el momento de las « crisis » de cambio de régimen. Pero, hay razones

<sup>20</sup> La ecuación de regresión se verifica para los componentes puramente aleatorios ( $P'$ ) de la presión  $P$ . Esto no ofrece ningún inconveniente para prever la variación de la presión.

para pensar que si la sucesión de regímenes fundamentales

*A, B, C, D, E, F*

se produce de una manera relativamente brusca con respecto a la duración de cada uno de ellos, necesita, no obstante, algunos días, lo que permite no ser tomado de sorpresa, y se acompaña con signos anunciadores en los mapas y en el cielo (ciertos cirrus de onda).

#### XXII. — BENEFICIO SUSCEPTIBLE DE EXTRAERSE DE NUESTROS ESTUDIOS PARA EL PRONOSTICO

Es innecesario afirmar que el automatismo numérico así introducido para prever la distribución de las presiones con 24 horas de anticipación, vaya a disminuir en manera alguna la función intelectual del pronosticador.

Calculando, en efecto, todo lo que puede calcularse por el momento, tan sólo habrá reducido el margen de lo irracional<sup>21</sup>, dando así al pronosticador más libertad e independencia para concentrar sus esfuerzos sobre el verdadero problema que le interesa, es decir, sobre la parte irracional del dominio que escapa a la herramienta matemática. Y ya tendrá bastante de qué ocuparse.

En primer término está el problema de determinar y de clasificar los regímenes ayudándose con observaciones del pasado; después, el de prever los cambios de régimen, interpretando los signos que anuncian una « crisis ».

Y luego, queda todavía el problema fundamental de ligar el tiempo presente (viento, temperatura, nubosidad, visibilidad, precipitaciones, etc.), con la distribución prevista de las presiones. Las explicaciones semanales de los pronósticos de una semana pasada demuestran y esta comprobación no comporta reproche alguno— que todavía no se esté en condiciones de explicar lo que ha pasado.

Pero si nuestras ideas son puestas en práctica el análisis se va a hacer ahora sobre el mapa isobárico del día siguiente en lugar del mapa del mismo día.

En otras palabras, se disociarán las dos operaciones fundamentales (diagnóstico y pronóstico) que el pronosticador actual está obligado a realizar al mismo tiempo sin distinguir siempre perfectamente sus fronteras respectivas.

#### XXIII. — REFUTACION A OBJECIONES POSIBLES

Conociendo la mentalidad de la mayoría de los pronosticadores de distintos países, por experiencia propia y ajena, pueden anticiparse algunas objeciones posibles y sus refutaciones.

1º) La repartición de las presiones, al nivel del suelo, no sería decisiva para la determinación del tiempo, pudiendo situaciones isobáricas semejantes dar lugar a consecuencias muy distintas para el tiempo experimentado. Responderemos que estamos perfectamente de acuerdo, pero que mientras no dispongamos de observaciones de altura no tenemos

<sup>21</sup> Empleamos el término irracional en el sentido de Meyerson. Es la que, en la Naturaleza, no ha podido ser codificado y reglamentado por el hombre. El esfuerzo continuo de la ciencia consiste precisamente en reducir más y más el margen de lo irracional.

otro criterio, y que, después de todo, los mapas sinópticos utilizados son fundamentalmente<sup>22</sup> mapas de isobaras, y que es preferible conocer el de mañana por anticipación más bien que el de hoy.

Además, como se explicará mas adelante, no se excluye que un día se pueda sustituir, o, para decir mejor, añadir a la presión en valor absoluto (comprendida en ella la variación en el tiempo y su distribución sinóptica), una noción que evidentemente resulte de ella, pero mucho más significativa y sutil, como la de período de las ondas de presión. Una cosa que nos ha sorprendido, por ejemplo, es la creencia casi general que todo método que se base en la presión no puede informar más que sobre la presión misma. A primera vista esto parecería cierto, pero, sin embargo, no es necesario reducir la presión a su representación mediante un mapa de isobaras. La presión barométrica, gracias a un análisis cuidadoso y dirigido, nos puede expresar mucho más de lo que nos ha dicho hasta ahora (estructura). Acaso el mapa de isobaras es ya un primer paso para hacer que la presión sea algo más que la lectura de un barómetro, sobre todo cuando se piensa en las conclusiones que los sismólogos han extraído de los sismogramas. El mismo camino está abierto ante los meteorólogos que quieran dedicarse a los barogramas.

2º) La idea de régimen o tipo de tiempo sería una noción de carácter estadístico que mezcla casos elementales que no tienen ninguna relación entre sí. Cada situación representada sobre un mapa constituiría un problema nuevo e individual, del cual sería necesario encontrar cada vez la solución particular<sup>23</sup>. Pero en realidad, para resolver este problema particular, ¿acaso el pronosticador no recurre a su memoria? ¿No se encomienda a su experiencia? ¿No se ampara tras de ella? Lo menos que se puede decir es que hace intervenir, sin decirlo explícitamente una « estadística mental », que no puede pretender la misma seguridad ni la misma objetividad que una estadística sistemática.

La memoria humana, por muy tenaz que sea, no puede luchar contra la constancia documental de los archivos. Además, las estadísticas son, o podrían ser, algo más que un simple registro del pasado; más bien una ordenación de los hechos registrados de acuerdo con conceptos apropiados.

3º) Sería inútil buscar leyes o regularidades en los fenómenos meteorológicos, dado su carácter caprichoso y cambiante, en incesante renovación. Pero si realmente el pronóstico se redujese a un juego de ruleta, no valdría la pena reunir tantos medios para hacerlo. Pues bien, nosotros no creemos esto; de otro modo hubiéramos dejado como Arago, de ocuparnos de meteorología. Los pronosticadores tampoco pueden creerlo sinceramente, y lo que ellos llaman su « talento », su « olfato », su « experiencia », y que les permite obtener un porcentaje de aciertos superior al que obtendrá el común de los mortales (abstracción hecha de su mayor documentación), en realidad proviene de la existencia de regularidades que han captado intuitivamente, gracias a su larga práctica, pero que nunca han formulado, sin duda porque son complicados y confusos y por consiguiente difíciles de expresar en forma concreta.

<sup>22</sup> Por ejemplo, nosotros le negamos todo valor a la determinación de la *especie de las nubes* (excepto los observatorios centrales), así como la del *movimiento de las nubes*, a pesar de los loables esfuerzos realizados en ese sentido.

<sup>23</sup> En el bridge se da una situación semejante. Sin duda, cada partida es un *caso particular*, y un gran jugador puede tratarlo como *ese caso particular*. Sin embargo, los *reglas* (mejor debiera decirse, los *convenciones*) se han establecido mediante la experiencia de los jugadores. Los principiantes que aprenden esas reglas juegan *convencionalmente*. Aun el gran experto sigue inconscientemente reglas que le son dictadas por la práctica constante del juego.

## XXIV.—LO QUE FALTA POR HACER EN EL PRONOSTICO DE 24 H.

¿Qué esfuerzos quedan por realizar para llegar al estado de aplicación práctica del método aleatorio a la previsión del tiempo, con 24 horas de anticipación?

Evidentemente estos esfuerzos son de dos clases.

1º) Aprovechando las observaciones del pasado y continuando los cálculos con el ritmo elegido de un mes, identificar utilizando los mapas de períodos —a los que esperamos se pueda reducir el problema— los diversos regímenes existentes. Nuestra impresión es que deben ser poco numerosos; digamos, para fijar las ideas, seis, o sea.

## A, B, C, D, E, F.

Naturalmente, como en toda clasificación, siempre se podrá, poco a poco, introducir términos intermedios y variantes, para hacer la clasificación más precisa y más cercana a la realidad.

Luego, trazar los mapas de períodos que corresponden a los tipos más característicos de estos regímenes y completar, en caso necesario, estos mapas típicos de períodos con mapas de correlación (estudio intensivo o en profundidad), para comprender con más detalles y precisión el mecanismo de cada régimen.

Esto exigirá el establecimiento de mapas mensuales de temperaturas medias (a las 9 horas) y de precipitaciones.

Lo poco que hemos podido ver utilizando los resúmenes mensuales de los tres meses (junio, julio y agosto) del invierno de 1942, nos ha demostrado que existe una relación directa y evidente entre las temperaturas y los lechos de períodos, que ponen en evidencia la invasión polar y los avances de aire tropical. En lo que respecta a las lluvias, la relación es más sutil, pero parece corresponder perfectamente a las orillas de los lechos de períodos, es decir, a las zonas de contacto (y al mismo tiempo, de discontinuidad) entre el aire polar y el aire tropical. No hay duda de que un estudio cuidadoso aclarará estas relaciones.

3º) Examinar las reglas de sucesión de los regímenes fundamentales. En efecto, hay razones para creer que entre todas las transiciones posibles *a priori* no hay más que un número muy restringido que corresponden a la realidad (idea de una regla de selección). Además, tratar de descubrir los síntomas que anuncian las crisis de cambios de régimen. Apparentemente las claves del problema están sobre el continente antártico y la región del Amazonas, por una parte, y sobre el Pacífico y el Atlántico-Sud, por la otra. Pero, a falta de observaciones suficientes sobre estas regiones, se podría imaginar un método de « tendencias » que permitiría estar prevenido dentro de un plazo suficiente, con un porcentaje razonable de éxitos.

## XXV. -- DEL INTERVALO DE ANALISIS

Señalemos ahora un problema que nos habíamos propuesto en el momento de enunciar este estudio.

Evidentemente, no hay ninguna razón para que los cambios de régimen se produzcan precisamente al principio y al final de cada mes. Entonces,

parecería necesario determinar primero, con la ayuda de los mapas sinópticos cotidianos, las fechas de comienzo y fin de los regímenes (o tipos de tiempo) en la medida de nuestra concepción intuitiva de esas nociones.

Este trabajo preliminar, que al principio nos parecía indispensable, lo hemos pedido al Servicio de Pronóstico, pero éste se declara incompetente y, además, el concepto le pareció vago y mal definido. En realidad lo es, cuando no se dispone del instrumento numérico apropiado. Sin embargo, así fué cómo procedimos en Francia, en 1930, cuando utilizamos las sumas de las variaciones absolutas de la presión para descubrir las corrientes de perturbaciones en una época en que faltaban observaciones de altura (extendidas a toda una red).

No nos quedaba otro recurso que proceder a una cortadura arbitraria del tiempo —y, después de todo, la red misma, ¿no sería acaso una cortadura arbitraria del espacio?—, depositando nuestra esperanza en que, si bien un mes dado puede no ser un caso puro, es decir, corresponder a una mezcla de dos regímenes sucesivos, sin embargo, queda el recurso de distinguirlos, como se puede distinguir sobre un clisé, expuesto dos veces, las dos imágenes superpuestas. O, también, para hablar de un procedimiento empleado con éxito en estadística aplicada, cómo se puede discernir sobre una curva de frecuencia compleja (p. e., las tallas de los hombres) la existencia de dos razas mezcladas, analizando la curva como la suma de dos curvas de Gauss, y determinar separadamente los caracteres de cada una de ellas.

En realidad, en los tres meses del invierno de 1942, que hemos estudiado hasta ahora, nos hemos encontrado, para cada mes, frente a un régimen suficientemente predominante como para dejar sobre los mapas una marca única.

Para descargo de nuestra conciencia, y dando crédito a los datos del tiempo observado y a su interpretación, pues desgraciadamente estos datos contienen una gran parte de subjetividad<sup>24</sup>, tales como aparecen en los resúmenes mensuales, hemos dividido el período de tres meses, junio-julio-agosto de 1942, en dos fracciones solamente. a) 1º de junio a 15 de julio, y b) 15 de julio a 31 de agosto.

Esta división parecía corresponder al ritmo del tiempo observado, pues los resúmenes mensuales dibujan la impresión que alrededor del 25 de julio se había producido un cambio de régimen (en sentido intuitivo). Pues bien, los resultados correspondientes a esta división « dinámica » del período estudiado, si bien eran igualmente muy satisfactorios, no eran mejores que los obtenidos mediante nuestra cortadura arbitraria mes por mes. Hemos deducido, pues, que la « cortadura » llamada dinámica (por lo menos tal como resultaba interpretando el resumen mensual, interpretación de la que nos hacemos responsables), no era superior a nuestra « cortadura arbitraria » y hemos sido inducidos a pensar que, por el contrario, puede ser que el método llamado « estadístico » fuera capaz de aportar un criterio preciso sobre la sucesión de los regímenes o tipos de tiempo.

Por otra parte, si se reflexiona un poco, esta conclusión no tiene nada

<sup>24</sup> La tarea de describir y resumir el tiempo pasado no debiera estar confiada a los encargados de predecir el tiempo futuro, porque estos tienen la tendencia, bien humana, de hacer armonizar el tiempo tal como ha sido observado y el tiempo tal como lo han imaginado. Algo así como el trabajo de un historiador que fuera a la vez « juez y parte ».

de sorprendente, y vendría a aportar una confirmación más a nuestras antiguas ideas sobre la escala de observación (intervalo de análisis) y la escala de los fenómenos naturales (período de estos fenómenos).

Para dar un ejemplo, cuando se mide un elemento meteorológico con un instrumento; como éste tiene, por construcción, cierta inercia y cierto tiempo de respuesta a los impulsos recibidos, no hace otra cosa que medir el elemento en un cierto intervalo de tiempo; digamos, por ejemplo, el décimo de segundo. Entonces no reproducirá con fidelidad más que las variaciones del elemento medido cuyo ritmo natural no sea inferior al décimo de segundo.

De todos modos se puede decir que el instrumento nos da una « representación » del elemento a medir, en una escala de tiempo que corresponde a su tiempo propio de reacción. Esta representación puede ser buena, mediocre o insuficiente según el fin que se persiga. Pero, en todo caso posee un sentido lógico aunque no necesariamente físico, es decir, que siempre es « una representación posible », si no la mejor o la mejor adaptada. Una fotografía borrosa da, a pesar de todo, una idea del asunto, lo cual no podría afirmarse de una fotografía con truco, aun cuando fuera técnicamente excelente.

En esto se apoya la idea de que el intervalo de análisis no tiene una importancia esencial para obtener resultados coherentes. La elección del intervalo óptimo es, pues, ante todo, una cuestión de foco, de puesta a punto (para continuar la analogía fotográfica). Pero si admitimos una cierta tolerancia (el infinito puede encontrarse a 5 metros) podemos, en lugar de un mes, tomar una década, una semana, un día, con la única condición de disponer de una frecuencia de observaciones suficiente para obtener la treintena de números que nos parecen necesarios para hacer una breve estadística.

Ahora vamos a desarrollar esta idea aclaratoria del sentido del cálculo aleatorio.

#### XXVI. — POSICION DEL CALCULO ALEATORIO CON RESPECTO A LA ESTADISTICA. DEFENSA DE LA ESTADISTICA

No es una cosa reciente el oponer la climatología, como ciencia estadística y estática, a la meteorología dinámica como ciencia física o de movimiento, o también el estudio de los promedios al de los casos individuales<sup>23</sup>. Ello ha originado en el espíritu de los meteorólogos sinópticos la desconfianza, casi el desprecio, por todo método o concepto que introduzca o parezca introducir algo de estadística. (Sin embargo, esto no les impide pronosticar temperaturas superiores o inferiores « a la normal »).

Si pudiéramos hablar francamente, insinuaríamos que el éxito de este estado de espíritu suele provenir, en buena parte, del hecho de corresponder a la ley del menor esfuerzo. Evidentemente, es más fácil negar la importancia y el valor práctico de la estadística que estudiarla a fondo y tratar de servirse de ella.

Este mismo fenómeno ha sido observado entre los físicos del átomo, pero en este dominio ha triunfado ya la causa estadística. Con todo, para ello se necesitaron cincuenta años. Sería de desear que la transformación

<sup>23</sup> Llamados injustamente *casos reales* como si los promedios no pudieran tener una realidad tan grande como cada uno de sus términos, sobre todo cuando estos son en sí mismos promedios de términos más pequeños. ¿Acaso la temperatura de un gas es menos real que la velocidad de una de sus moléculas?

de la mentalidad del meteorólogo práctico se efectuara más rápidamente, pues salta a la vista que el método estadístico (más bien debiéramos decir aleatorio) es, por excelencia, el que conviene al estudio de la atmósfera, de sus complicados movimientos y de sus cambios caprichosos.

Por otra parte, los dos puntos de vista (caso elemental y aspecto estadístico no son de ningún modo inconciliables, a tal punto que se ha creado el término « climatología dinámica ». ¿Por qué no crear, a título de reciprocidad, una « meteorología estadística », o, mejor aún, « aleatoria »?

Además, es necesario subrayar que el epíteto « estadístico », mal interpretado por los que no saben bien qué es, lo hacen sinónimo de simple « contabilidad ».

En realidad, la estadística es algo muy distinto, y la rama teórica llamada estadística matemática no es ni más ni menos que una rama de las matemáticas puras, del mismo modo que el cálculo diferencial e integral o la geometría analítica, por ejemplo. Es tan susceptible de aplicaciones a la técnica que cualquier dominio de las matemáticas que utilicen el físico y el ingeniero, siempre es particularmente rica en posibilidades, potencia y generalidad. Y en el dominio de la estadística matemática el tema del día es ahora el cálculo aleatorio o teoría de las funciones aleatorias.

Volviendo a la meteorología, se ha llamado meteorología dinámica a la que corresponde a la escala sinóptica (la de las redes, uno o algunos centenares de kilómetros sobre la superficie del globo, una o algunas decenas de metros en sentido vertical; una o algunas horas en la dimensión tiempo). Y se ha pretendido que el estudio de la atmósfera en esta escala tenía la exclusividad de la realidad física.

En caso de litigio con otras concepciones se remite, sin plantearse el problema de justificar la prepotencia de esta escala de referencia particular, a los mapas cotidianos del tiempo. Solamente serían *sus* individuos y *sus* movimientos, *sus* fenómenos y *sus* evoluciones, los que corresponderían a entes y a realidades físicas. Tanto peor si no se comprende nada.

Si alguien, en efecto, se permite trazar mapas que comprendan un intervalo de tiempo un poco mayor, mediante procedimientos estadísticos, los « dinamistas » exclaman de inmediato « estática », y agregan: « Bien, pero, con todo, no son más que promedios, y para entendernos sería bueno ver qué ocurre en detalle ». Esto es, en la escala de referencia, que es por definición la escala sinóptica, aun cuando en tal escala ellos mismos son incapaces de ver nada, porque no hay más que caos y confusión mientras que los sencillos resultados obtenidos en una escala superior a veces son difícilmente traducibles a la escala inferior. Pero, ¿por qué los hechos puestos en evidencia en escalas más grandes que la escala sinóptica — como las macropartículas y los regímenes de perturbaciones — no podrían estar dotados, también ellos, de sentido físico, sobre todo al hallarse provistos de dos cualidades esenciales del ente físico: persistencia (es decir, dimensión temporal), y regularidad de movimiento y de evolución, lo que no siempre acontece con los llamados « individuos sinópticos ». ¿Acaso un gas tiene menos realidad que una de las moléculas que lo componen? Si la escala sinóptica parece estar aquí en posición ventajosa es porque se trata de criticar una escala a la que ella precede jerárquicamente en la dimensión escalar. Pero, ¿qué diría el sinóptico si un aerólogo, al estudiar los torbellinos de algunas

decenas o centenares de metros, negara la existencia de entes sinópticos (ciclones, por ejemplo), por imposibilidad operativa de descomponerlos en pequeños torbellinos, para él única realidad tangible? Análogamente, el físico atómico negaría los conceptos del aerólogo, porque para él la realidad son la molécula y el átomo, y así ocurriría con otros especialistas, hasta llegar, por ahora, a la física nuclear. Es evidente que la realidad física ofrece distintos aspectos y que, en particular, estos aspectos son función de la escala de observación, lo que no confiere ninguna supremacía a una escala con respecto a la otra, a condición de que ésta corresponda tanto como la primera a uno de los ritmos de la Naturaleza.

Evidentemente la elección de un plazo de 24 horas para el pronóstico ha sido hecha, no porque correspondiera a un período propio de las perturbaciones atmosféricas, sino porque el pronóstico, como función al servicio de la economía social, sigue uno de los ritmos habituales de la colectividad humana<sup>26</sup>. Por otra parte, el plazo ha resultado demasiado largo para la protección a la aeronáutica, y demasiado corto para las aplicaciones a la agricultura y a los programas de grandes trabajos públicos, como la hidroelectrificación de un país. Este intervalo de 24 horas no posee por sí mismo ningún privilegio especial, ninguna posición ventajosa en la dimensión de la escala.

Por consiguiente, no hay razón alguna, a nuestro juicio, para que el pronóstico con un plazo cualquiera, con miras a una aplicación determinada cuya escala corresponde a nuestro plazo, no dé resultados prácticos tan buenos como el pronóstico de 24 horas. Naturalmente, se sobreentiende que los procedimientos de observación, la organización de las redes, los métodos de previsión y la formulación de los pronósticos debieran adaptarse a la escala elegida y podrían ser (completamente) diferentes de los empleados en la actualidad.

#### XXVII.— APLICACION DEL CALCULO ALEATORIO EN PEQUEÑA ESCALA

Los métodos del cálculo aleatorio rigen para una escala cualquiera. Y en meteorología, en particular, donde los elementos son turbulentos por su naturaleza misma, se puede reducir la escala de estudio casi tanto como se lo desea; todo depende de la finura de las medidas. En escala sinóptica, la única limitación es la frecuencia de las observaciones, que, por otra parte, está limitada por la precisión de las medidas.

En el estado actual de la organización de las redes, puede reducirse a una década o una semana, puesto que se hacen —o debieran hacerse<sup>27</sup>— cuatro observaciones por día, lo que nos daría la treintena de números necesarios para establecer la breve estadística que necesitamos. Si se dispusiera de observaciones horarias se podría descender a la escala de un día solamente. En resumen, no hay ninguna imposibilidad de orden teórico para analizar una perturbación individual por el método aleatorio, lo que desautoriza la objeción de que es un método estadístico y no dinámico.

Por otra parte, no se excluye que se puedan concebir y realizar aparatos cuyo órgano sensible fuera un barómetro y que indicarían directamente, en lugar de la presión barométrica misma, la entidad que hemos llamado

<sup>26</sup> En apoyo de lo que decimos: ha bastado que la organización del horario de trabajo compartiera el descanso de sábado y domingo para que el Servicio Meteorológico Nacional encantara pronósticos de fin de semana, con 48 horas de plazo.

<sup>27</sup> En la República Argentina no se toman más que tres observaciones por día (se omite la de la noche).

« período », para un intervalo de tiempo del orden de la hora, y que permitiría establecer mapas sinópticos de períodos, con la misma frecuencia cotidiana de los actuales mapas de isobaras, pero con un sentido físico mucho más elocuente<sup>28</sup>.

#### XXVIII.— LAS POSIBILIDADES DEL PRONOSTICO A LARGO PLAZO

¿Cómo explicar de la manera más positiva, es decir, despojándose de toda anticipación no verificada, el estado actual de adelanto de nuestros trabajos? Nos parece que se puede afirmar esto. Existen, en la República Argentina, regímenes de perturbaciones individuales, durante un intervalo de tiempo del orden de un mes, con un ritmo que no es dejado al azar.

Porque, en efecto, si en nuestras estadísticas de 30 días hubiéramos mezclado individuos elementales (o perturbaciones individuales) que no guardan estrechas relaciones entre sí, jamás hubiéramos obtenido coeficientes de correlación tan elevados como los que hemos encontrado, y esto nos ha conducido a hablar de las posibilidades del pronóstico a largo plazo.

En todo el transcurso de un régimen de perturbaciones (*A, B, C, D, E o F*) el tiempo en la República Argentina reviste un carácter general. frío en ciertas regiones, caliente en otras; lluvioso aquí, seco allá, etc. Los mapas de períodos caracterizan este régimen y el tiempo general que le corresponde. De modo que la previsión de los mapas de períodos permitiría el pronóstico de este aspecto general del tiempo, vale decir, por lo menos con un mes de anticipación.

Por cierto, para esta escala, no sería posible prever la sucesión cronológica de los acontecimientos ni la fechas precisas en que se producirán los fríos y las lluvias, función del pronóstico de 24 H. Sin embargo, aun limitadas a esto, el pronóstico mensual general resulta de aplicación considerable, particularmente a la agricultura.

El problema fundamental se reduciría, pues, a la previsión de los regímenes. Los tres meses del año 1942 (junio, julio, agosto) que hemos estudiado nos permiten ya creer que los mapas de períodos se suceden de acuerdo con una cierta coherencia, por lo menos como la existente entre un mapa de isobaras y el siguiente. El estudio retrospectivo de los regímenes según el concepto de períodos (señalado como tan necesario, por el de correlación) nos enseñará mucho sobre el mecanismo de sucesión de los regímenes, que no puede ser cualquiera.

Por otra parte, para seguir tales cambios se puede imaginar el siguiente procedimiento práctico de extrapolación utilizando un « método de tendencias », cuya posibilidad de aplicación distaría mucho de exigir cálculos desmesurados y el empleo de un ejército de « computadores », a condición de establecer una buena organización del trabajo de rutina.

Cada semana (o década, intervalo de tiempo a elegir), se trazaría un mapa de los períodos relativos al intervalo de tiempo de 28 (ó 30) días anteriores.

Cada nueva semana (o década) se suprimirían en la estadística los 7 (ó 10) días que corresponden al comienzo del intervalo, y se los reemplazaría por los 7 (ó 10) nuevos días pasados (tropas frescas).

<sup>28</sup> Sin embargo, es difícil hacer penetrar en ciertos espíritus la idea de que una entidad deducida de la presión atmosférica pueda enseñarnos *otra cosa* que no sea la presión misma. Los que tienen esta mentalidad « reaccionaria » no han captado la noción de *estructura*. Son los mismos que en un mapa de isobaras no ven más que la diferencia de dos mapas de isobaras.

La comparación del nuevo mapa de períodos así obtenido, con el precedente, indicaría la tendencia de la evolución, ayudándose además con las leyes de sucesión que nos pudo haber enseñado el estudio retrospectivo de los cambios de régimen.

A cada mapa de períodos trazado (una vez cada 7 ó 10 días) corresponderá un pronóstico de los caracteres generales del tiempo en la República Argentina, válido para los 28 (ó 30) días futuros. Y este pronóstico para los 28 (ó 30) días siguientes se renovaría y se haría más preciso cada 7 (ó 10) días.

Para terminar, si nos dejamos arrastrar un poco por la imaginación, no debemos descartar la idea de que los mismos procedimientos podrían emplearse para la previsión de los caracteres generales del tiempo del año próximo —o, mejor aún, de un grupo de años que constituiría un ciclo natural— si, como creemos a la par de otros autores, hay ciclos en las variaciones del clima, ciclos que hasta ahora no han sido claramente puestos en evidencia por falta de medios matemáticos suficientemente poderosos y de conceptos adecuados.

Los pronósticos de un plazo de un año o ciclo de años, podrían tener trascendente utilidad para el programa económico del Gobierno (grandes trabajos hidroeléctricos, agrícolas, etc.) al permitirle prever y proveer con gran anticipación.

#### XXIX. — LOS PROYECTOS DE ENSAYO EN EL TUNEL AERODINAMICO

Como corolario de estas especulaciones nos parece conveniente hablar ahora de un problema menor y de aspecto puramente técnico.

En el párrafo IV hemos asentado la idea directriz de que el desarrollo del tiempo en la República Argentina estaba condicionado principalmente por un gigantesco fenómeno de estela producido por la cordillera de los Andes, considerada como un inmenso obstáculo interpuesto en la corriente planetaria del oeste, de la circulación general (comprendido en ellas sus perturbaciones propias).

Esta concepción sugiere de inmediato tratar de reproducir la estela en el túnel aerodinámico, interponiendo un modelo de la cordillera en la vena del túnel.

Tal proyecto debía provocar objeciones perfectamente razonables, dos de las cuales pasamos a analizar <sup>20</sup>.

a) El fenómeno meteorológico (escala sinóptica) y su imitación en el túnel, no tienen ninguna similitud, puesto que los números de Reynolds correspondientes están fuera de proporción.

b) La fuerza de Coriolis, como se sabe, desempeña un papel preponderante en el movimiento de las partículas sinópticas. Ahora bien, en las experiencias ideadas en el túnel aquélla no encuentra equivalente.

A la primera objeción responderemos que el número de Reynolds

$$\frac{VL}{\nu}$$

donde  $V$  = velocidad de la corriente;  $L$  = longitud del obstáculo, y  $\nu$  = coeficiente de viscosidad molecular, correspondiente a la escala molecular.

<sup>20</sup> Entre ellas, la de no reproducir los campos de presión y temperatura verticales.

En una escala turbulenta, el coeficiente  $\nu$  debe ser reemplazado por el coeficiente de viscosidad turbulenta, y precisamente, éste crece en función de las dimensiones del obstáculo, de modo que no se excluye que en escala muy grande se puedan encontrar números de Reynolds del mismo orden de magnitud que en un túnel.

En apoyo de esta tesis, invocamos los trabajos de Kampé de Fériet (en el Instituto de Mecánica de los Flúidos de Lille, IMFL), quien fué el primero que tuvo la idea de tender un puente entre la aerodinámica y la meteorología, y quien, después de haber estudiado mediante la cinematografía acelerada del movimiento de las nubes, la estela meteorológica del Monte Cerviño (Suiza), la reprodujo sobre un modelo de esta montaña, colocado en la vena del gran túnel horizontal del IMFL, a pesar de la enorme diferencia entre las escalas de los dos fenómenos.

Evidentemente, nuestra tentativa va a ser mucho más audaz todavía porque en lugar de una montaña de 20 Km de extensión horizontal es a-mos ante una de las cadenas de montañas más poderosas del mundo (3.000 Km de extensión). ¿Acaso el papel de la investigación no es precisamente el explorar los dominios ignorados?

En cuanto a la segunda objeción, diremos que, para gran sorpresa nuestra, puesto que nos contamos entre los defensores de la fuerza de Coriolis, en meteorología, no nos ha parecido que ella desempeñe su habitual papel fundamental en los mapas de correlación que hemos dibujado, sin duda oculta por influencias más importantes.

De todas maneras, si factores despreciados voluntariamente al principio, se revelasen indispensables, siempre se podría buscar —a costa de una complicación de la investigación— el reproducirlos en la imagen.

¿Qué resultados prácticos esperamos de estas experiencias en el túnel, sobre modelo?

Ante todo —ya lo dijimos— establecer un puente entre la mecánica de la atmósfera y la aerodinámica en el dominio en que ellas se aproximan, esto es, influencia del suelo y del relieve sobre el movimiento del aire.

Luego, mediante experiencias en los dos dominios, hacer aprovechar a cada una de estas ciencias las ventajas de la otra, a saber:

a) La ventaja de la meteorología está en que, siendo la atmósfera un medio de escala enorme, los instrumentos no perturban su movimiento, lo que es, por el contrario, el gran inconveniente del túnel.

b) La ventaja de la aerodinámica (túnel) es poder experimentar a voluntad, es decir, reproducir, cuando se desea, condiciones dadas y siempre comparables, mientras que la meteorología debe esperar que la Naturaleza reproduzca las mismas o análogas condiciones.

#### COLABORACION RECIBIDA

En lo que respecta a la realización del proyecto de ensayo en el túnel, cabe señalar que hemos encontrado la colaboración muy apreciable del Capitán Guido (de la Marina de Guerra), y, de un modo general, la de los estudiantes del Curso de Meteorología del Instituto Aeronáutico de Eva Perón (particularmente el ingeniero Emir Ibarra).

El Capitán Guido tomó a su cargo la realización de un modelo de la cordillera de los Andes, pero, en primera aproximación, ha debido contentarse con una silueta (proyección de los picos culminantes sobre un meridiano).

Las experiencias en el túnel, proseguidas paralelamente con la construcción de los mapas de períodos y de correlaciones (por el Servicio Meteorológico Nacional) fueron objeto de una colaboración entre este Servicio y el Instituto Aeronáutico de la Universidad de Eva Perón. Para el buen desarrollo de estas investigaciones (parte experimental sinóptica) fué muy importante, sin duda, la colaboración recibida de parte del Dr. Di Maio.

No podríamos terminar este trabajo sin subrayar la excelente colaboración que nos han prestado el Jefe y personal de la Oficina de Cálculos del Departamento de Estudios y Asesoramiento Científico del Servicio Meteorológico Nacional, quienes, con dedicación intelectual admirable, se han consagrado a la ejecución de una larga y valiosa serie de cálculos.

#### COROLARIO

En fecha reciente se ha acordado al Servicio Meteorológico Nacional la posibilidad de utilizar el túnel del Instituto Aerotécnico de Córdoba, dependiente del Ministerio de Aeronáutica de la Nación, para realizar una serie de ensayos sobre una «maquete» de los territorios argentino y chileno al sur del paralelo 23°, incluyendo la cordillera de los Andes, con la finalidad de investigar algunos aspectos típicos de la circulación general de la atmósfera.

Este importante paso nos lleva a reflexionar sobre la trascendencia que para el futuro de la Meteorología puede tener el desarrollo pleno del capítulo de investigaciones previsto en el Segundo Plan Quinquenal, trazado por el Excmo. señor Presidente de la República, General Perón.

551.509.67

## LA MODIFICACIÓN ARTIFICIAL DE LA PRECIPITACIÓN<sup>1</sup>

Por FELIX ALBANI \*

**Resumen.**— Se exponen aspectos actuales del problema de la modificación artificial de la precipitación, para lo cual se hace una revisión de los fundamentos teóricos y experimentales, complementados con comentarios relativos a las principales actividades privadas. En cuadro anexo se presenta una sinopsis de las experiencias de siembras de nubes efectuadas en los distintos países. La conclusión principal es que, si bien el hombre puede lograr precipitación adicional, su posibilidad y utilidad o importancia dependen de las condiciones climato-económicas locales.

**Summary.**— In order to give the present status of main aspects related to the problem of artificial modification of precipitation, a revision of theoretical and experimental background is made, complemented with comments on commercial cloud seeding. A synopsis of published experimental work will furnish quick information. Main conclusion is that man is able to increase precipitation, being its possibility and importance a function of local climatic and economic conditions.

### I. INTRODUCCION

Frente al problema del extraordinario aumento de masa necesario, dentro del tiempo disponible, para la transformación de un elemento nuboso en unidad precipitante, Alfredo Wegener fué el primero que sugirió un rápido crecimiento de cristales de hielo en nubes en sobrefusión (1911). Más tarde, en 1931, Tor Bergeron trató de dar forma a esta hipótesis de trabajo, aunque sin agregar cálculo alguno ni establecer la génesis de los cristales de hielo. Pese a que hubo alguna crítica —entre otros HOUGHTON<sup>(2)</sup> afirmaba, en base a las condiciones físicas requeridas, que el mecanismo sugerido por Bergeron nunca podría producir por sí solo una partícula de tamaño precipitante— la explicación del meteorólogo noruego fué universalmente aceptada. Debido a trabajos confirmatorios de Walter Findeisen, y en especial a sus propuestos núcleos de sublimación, el proceso Bergeron es hoy conocido como la teoría de Bergeron-Findeisen (en adelante B. F.).

Como lógico corolario de esta teoría, Findeisen en 1938 adelantaba que con el uso de ciertas partículas de polvo muy diminutas sería posible en el futuro —a un costo comparativamente moderado— provocar lluvia, evitar el peligro de la formación de hielo en los aviones y prevenir las tormentas graniceras. Al descubrir Vicente Schaefer en 1946 que una nube de agua en sobrefusión podía transformarse en cristales de hielo mediante un procedimiento sencillo y relativamente barato —pareciendo así concretarse la previsión del hombre de ciencia alemán— se abrió un campo de extraordinaria potencialidad en Meteorología Experimental, al mismo tiempo que se estimularon decisivamente las investigaciones en los órdenes teórico y práctico en Física de Nubes.

\* Ingeniero agrónomo. Profesor Titular de Climatología Agrícola en la Universidad Nacional de Cuyo (Mendoza). Jefe de la Estación Agrometeorológica de San Martín (Mendoza), del Servicio Meteorológico Nacional.

<sup>1</sup> Trabajo presentado a la Dirección Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas del Ministerio de Asuntos Técnicos en ocasión del viaje de estudios del autor a EE. UU. durante 1951-1952.

Las investigaciones de orden práctico han tenido por objeto, en su mayoría, determinar la posibilidad de producir precipitación desde nubes que normalmente no darían lluvia o, alternativamente, de aumentarla desde nubes que presumiblemente producirían alguna por procesos naturales. En cambio, también en su mayor parte, las operaciones de índole comercial persiguen un aumento en las precipitaciones mediante tratamiento de estados tormentosos actual o potencialmente productores de lluvia.

## II. ANTECEDENTES TEORICOS

La producción artificial de lluvia es fundamentalmente un problema de Micro y Macrofísica de Nubes. El estado actual de nuestros conocimientos y algunas de las cuestiones aun no resueltas han sido resumidos por HOUGHTON<sup>(21)</sup> y por MASON y LUDLUM<sup>(20)</sup>. El mismo HOUGHTON<sup>(20)</sup> y LEWIS<sup>(28)</sup> han hecho en sendos estudios críticos interesantes consideraciones de orden sinóptico y físico aplicadas a esta cuestión. Parece conveniente resumir aquí brevemente los principales aspectos relacionados con la misma.

### 1. Condensación en la atmósfera.

Las nubes se forman cuando las masas de aire húmedo alcanzan su punto de rocío debido al enfriamiento causado por expansión, al ser levantadas a zonas de menor presión por convección, convergencia o ascenso frontal u orográfico. La forma de la nube depende principalmente de la extensión horizontal del movimiento ascendente, dando así origen ya a tipos estratiformes (considerable área cubierta, capas poco profundas, velocidad vertical de algunos cm/seg), ya a cumuliformes (concentración nubosa en área reducida, extensión vertical, fuertes corrientes ascendentes).

La condensación en la atmósfera se produce siempre sobre núcleos, llamados núcleos de condensación. Son partículas muy pequeñas, generalmente de sal marina, y productos de combustión. Su tamaño puede variar aproximadamente de 50 a 0,1  $\mu$  para la sal marina y de 0,1 a 0,01  $\mu$  para los núcleos de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> y HNO<sub>2</sub>. Otras sustancias pueden ser asimismo activas pero éstas son las más conocidas, siendo en general su número y eficiencia suficientes. Son transportadas por las corrientes verticales, y por lo tanto, su distribución de tamaño a un cierto nivel está determinada por su velocidad de caída.

Es necesaria siempre una ligera sobresaturación al nivel de condensación, la que es inversamente proporcional al radio del núcleo y a la concentración de la solución. De esta manera, la condensación se producirá primeramente sobre los núcleos mayores y la activación de los restantes será función de la velocidad de ascenso del aire húmedo. Parece así que la concentración de las gotitas en la nube depende más de la velocidad inicial de condensación que de la distribución de tamaño de los núcleos. Por otra parte, como la velocidad de las corrientes verticales no es uniforme, debe esperarse una variación más bien grande en el tamaño medio de las gotitas de las distintas parcelas de aire. Más tarde, la amplitud final en la nube puede ser mayor por difusión turbulenta y la concentración de gotitas en un punto dado de la nube puede cambiar por el juego de factores tales como, por ejemplo, la actividad celular convectiva.

### 2. Mecanismos de precipitación.

Suponiendo ahora una gotita en la nube de un tamaño medio de 20  $\mu$  y considerando una gota de lluvia común de 2 mm, es necesario buscar una explicación que satisfaga el hecho de que la masa de la gotita primitiva ha aumentado 10<sup>9</sup> veces. Así, la gotita debe crecer hasta un tamaño suficiente como para caer a través de la nube a pesar de las corrientes verticales —y luego viajar hasta tierra a lo largo de un ambiente evaporante— todo en cuestión de algunos cientos de segundos, antes de que sea arrojada fuera de la nube en las corrientes descendentes, donde sería evaporada en alrededor de 10 segundos.

Como los núcleos de condensación suelen ser abundantes, el vapor de agua se condensa originando un gran número de gotitas, formando un aerosol generalmente muy estable. Las gotitas podrían ahora crecer por condensación directa, o por destilación entre ellas, o por coalescencia.

La condensación directa responde aproximadamente —según HOUGHTON<sup>(21)</sup> a la siguiente expresión:

$$\Delta(a^2) = 8k(\rho_w - \rho_{ov})\Delta t \quad (I)$$

donde

$\Delta(a^2)$  = incremento del cuadrado del diámetro de la gota en el tiempo  $\Delta t$

$\rho_w$  = densidad del vapor de agua en el ambiente

$\rho_{ov}$  = densidad del vapor de agua en equilibrio con la gota

$k$  = coeficiente de difusión molecular del vapor de agua en aire.

Esta fórmula demuestra que la amplitud de tamaño de las gotitas tenderá a ser menor a medida que el tiempo pasa, porque el lapso requerido por ellas para crecer aumenta con el cuadrado del diámetro, suponiendo una diferencia constante de tensiones de vapor. Siguese de esto que la velocidad de crecimiento de las gotitas por difusión será grande en los primeros momentos para luego disminuir progresivamente hasta alcanzar tamaños en los cuales el tiempo necesario para un mayor crecimiento será extremadamente largo. De hecho, en nubes activas, la diferencia tonométrica no es constante, y el tamaño máximo de las gotas está asimismo controlado por la concentración de éstas y por el grado de sobresaturación, pero el tipo de curva es el mismo. Las gotas mayores se formarán en presencia de gran cantidad de núcleos grandes o por un lento ascenso inicial, alto contenido de vapor de agua y un profundo levantamiento total.

La destilación entre las partículas depende fundamentalmente del grado de estabilidad del aerosol. Obsérvese a este respecto que la condensación directa —al homogeneizar con el tiempo progresivamente el tamaño de las gotitas— hace que el aerosol tienda a una mayor estabilidad. Sin embargo, son varias las situaciones de inestabilidad que pueden crearse —analizadas en detalle por BERGERON<sup>(2)</sup>— pero a la mayoría se las considera como no eficaces. Sólo cuando en la nube coexiste agua en las tres fases se crea una condición en la cual la inestabilidad es intrínseca e irresistible.

En muchas nubes hay siempre una zona donde el agua permanece al estado líquido a pesar de que la temperatura está muy por debajo del punto de congelación. Estas nubes en sobrefusión han sido observadas hasta a temperaturas por debajo de  $-30^\circ\text{C}$ . Como la tensión de saturación sobre hielo es siempre menor que sobre agua alcanzando su máxima

diferencia a  $-12^{\circ}\text{C}$ — Bergeron sugirió que, cuando aparecen cristales de hielo en tales nubes en sobrefusión, crecen éstos a expensas de las gotitas convirtiéndose la nube entera en nube de hielo y restableciéndose así el equilibrio. Aquí también el tamaño final de las partículas dependerá de los límites fijados por una expresión similar a la ecuación I, y de la relación  $\nu$  entre el número de gotitas y el número de cristalititos. Es claro que cuando  $\nu = 1$  el tamaño de las partículas no variará mucho, y si hay sólo algunos pocos cristales, cada uno de ellos crecerá suficientemente, pero aun así la cantidad total de precipitación será insuficiente. Claramente debe existir entonces una relación ideal  $\nu$  entre I e  $\infty$ , cuyo valor ha sido estimado por Bergeron como igual a  $10^3$ .

Considerando ahora un cristal de hielo de masa media, equivalente a una esfera de  $20 \mu$  de diámetro, tardará de 5 a 10 min. para crecer hasta un tamaño de  $200 \mu$ . Pero para alcanzar 1 mm tardará varias horas. En otras palabras, cada cristal alcanzará rápidamente el tamaño de Ilovizna, pero el crecimiento ulterior será excesivamente lento, o, lo que es lo mismo, ineficiente.

Pasando a la otra posibilidad de crecimiento por colisión entre partículas de distinto tamaño —e inmediata coalescencia— se sabe que la velocidad de aumento de una partícula dada es función de varios factores, a saber: a) masa de la partícula; b) contenido de agua líquida de la nube; c) diámetro mediano de las gotitas; d) amplitud de distribución de sus tamaños. El choque entre las partículas puede ser impedido probablemente por carga eléctrica unipolar, y LANGMUIR<sup>(38)</sup> ha estudiado, en base a consideraciones hidrodinámicas, la diferencia mínima de tamaño entre las gotitas por debajo de la cual las colisiones son imposibles. Esta diferencia mínima es inversamente proporcional al tamaño de la gota más pequeña, y así la estabilidad de las nubes compuestas de gotas pequeñas es mayor, siendo la importancia de la distribución de tamaños correspondientemente menor.

De esta manera, cuando gotitas de tamaño suficientemente desigual están presentes en la nube en un momento dado, el proceso por coalescencia se hace posible. Las gotas en crecimiento caerán cada vez más rápidamente, capturando otras a una velocidad cada vez mayor.

Los cálculos para el crecimiento por este mecanismo señalan un aumento muy lento al principio, para hacerse luego cada vez más rápido. Así, una partícula de alrededor de  $40\text{--}50 \mu$  crecerá muy lentamente en los primeros 1000 segundos, pero en seguida el aumento de diámetro será extremadamente rápido. Alcanzando un tamaño crítico de cerca de 6 mm, las gotas se rompen, creciendo otra vez por coalescencia y multiplicando el proceso. Sin embargo, sólo bajo condiciones especialmente favorables, i. e. proporción adecuada de gotas mayores, nubes potentes y corrientes verticales lentas, las gotitas serán capaces de alcanzar tamaños suficientes. Tales condiciones se presentan especialmente en nubes tropicales, y, de hecho, la mayoría de las precipitaciones en las regiones tropical y ecuatorial pueden explicarse sólo por este mecanismo, ya que las nubes no llegan al nivel de congelación<sup>2</sup>. LUDLUM<sup>(46)</sup> sostiene, asimismo, que

<sup>2</sup>La mera circunstancia de que la mayoría de las nubes en las latitudes medias y aun en los trópicos alcanzan el nivel de congelación no debe interpretarse como prueba de que el mecanismo involucrado es necesariamente el B. F. Existen hoy en día muchas observaciones que sugieren que este proceso en las latitudes medias es suficiente pero no necesario. BOWEN<sup>(9)</sup> señala al respecto para Australia que aun en nubes que sobrepasan el nivel de congelación, la coalescencia puede ser el mecanismo causante de la precipitación, y lo mismo ha sido notado en New México por REYNOLDS (Comunicación personal, septiembre de 1952).

este proceso puede ocurrir también en nubes en sobrefusión a temperaturas muy bajas.

En muchas nubes el tiempo disponible para el crecimiento de las gotitas es mayor del que generalmente se considera, ya que debido a las diferentes velocidades de las corrientes verticales la gota tiene muchas probabilidades de caer en otra parte de la nube y continuar su crecimiento, en lugar de ser simplemente transportada hasta la cima y evaporada en la corriente descendente. Con todo, como LUDLUM establece<sup>(49)</sup>, la consecución del tamaño adecuado es tan crítica que un minuto extra para el crecimiento —o sea, un aumento en el espesor equivalente de la nube de unos 100 ó 120 m— puede ser la causa diferencial eficiente entre ninguna precipitación y la caída de un fuerte chaparrón. Pero, en general, en las latitudes medias este proceso no parece explicar la producción de precipitación por sí mismo, porque las condiciones nubosas no satisfacen los requisitos necesarios.

De esta manera, un mecanismo da un rápido aumento para los tamaños pequeños, disminuyendo hasta un punto en que cualquier desarrollo ulterior es extremadamente lento (proceso B. F.); el otro, por el contrario, es muy lento en los primeros estados para hacerse progresivamente más rápido en los últimos (coalescencia). Ninguno de los dos procesos, tomados aisladamente, parecería ser capaz de explicar, sobre las bases teóricas establecidas, la producción de gotas de lluvia en el tiempo disponible y demás condiciones observadas en las latitudes medias. Es lógico pensar en una posible combinación de los dos mecanismos —como ha propuesto HOUGHTON<sup>(32)</sup>— quien estima que, alternativamente, el simple arracimado (clumping) de los cristalititos es capaz de formar copos de nieve de un tamaño suficiente para caer, alcanzando el terreno ya en forma de nieve o lluvia.

Por su parte, SCHAEFER<sup>(72)</sup> sostiene que en ciertas condiciones atmosféricas de común ocurrencia, cristales del tamaño de una típica gota de lluvia pueden formarse en un lapso de 5 a 10 min. Atribuye una función importante al estado eléctrico, factor hasta ahora no integrado en la consideración de los procesos de difusión del vapor de agua atmosférico. Schaefer<sup>3</sup> ha observado en su cámara experimental crecimientos de cristales de hasta 1 mm/seg. en un campo eléctrico de 100 v/cm.

De cualquier modo, ya sea el proceso por cristales de hielo autosuficiente o no, las consideraciones teóricas y las observaciones experimentales coinciden en señalar que ambos mecanismos no se excluyen, y sí, en no pocas ocasiones, son necesariamente complementarios. La eventual importancia y eficiencia de cada mecanismo estarían fijadas en cada caso por las condiciones actuales dentro de la nube y en el ambiente donde ésta se desarrolla.

### 5. Fundamentos de una acción artificial en un proceso B. F.

La mayor parte de las experiencias efectuadas hasta el presente para la producción artificial de lluvia supone como mecanismo necesario el B. F., el cual requiere la presencia de cristales de hielo en una nube en sobrefusión.

Findeisen afirmó en sus trabajos que los así llamados «núcleos de sublimación» eran esenciales, no sólo para la formación de los cristales de

<sup>3</sup> Comunicación personal, noviembre de 1952.

hielo sino para la misma precipitación, mostrando al mismo tiempo que en la naturaleza existe frecuentemente un déficit de tales núcleos. Esta última aseveración ha sido confirmada en más de 12.000 observaciones efectuadas por los laboratorios de la General Electric, las cuales muestran que la concentración de núcleos de hielo varía de 0 a  $10^6/m^3$  (64), y que durante extensos lapsos la atmósfera acusa muy bajas concentraciones de los mismos.

Recientes estudios de SCHAEFER (65) fijan en  $-39^\circ C$  la temperatura crítica a la cual se forman cristales de hielo espontáneamente, sin necesidad de núcleos de hielo de ninguna especie, siempre que el aire esté saturado para agua. Pero a temperaturas mayores, la formación de hielo sólo se produciría sobre núcleos de sublimación, o sobre núcleos de congelación —en el sentido de Weickmann— lo que involucra dos pasos: 1) condensación y 2) cristalización.

Poco se conoce sobre la naturaleza de los núcleos, pero ANDERSON (1), basándose en recientes experiencias de BIRSTEIN (6), ha propuesto considerar a la sal marina como la fuente principal de núcleos de hielo.

La eficiencia de estos núcleos es función de la temperatura y del tiempo, pero en términos generales y en promedio se puede admitir que en la mayor parte de las nubes en sobrefusión será baja (insuficiente) entre  $-10^\circ C$  y  $-30^\circ C$ , aumentando por debajo de los  $-30^\circ C$  (Findeisen y Schultz, Fournier d'Albe, Dessens). Observaciones efectuadas en New Mexico por BRAHAM y colaboradores (11) sobre Cu en sobrefusión muestran que a temperaturas mayores de  $-12^\circ C$  no se registró ningún eco radar, y entre  $-12^\circ$  y  $-24^\circ C$  sólo 1/5 de las nubes lo produjeron, señalando así muy baja actividad precipitante y, presumiblemente, baja eficiencia de núcleos de hielo.

Es precisamente debido a esta aparente escasez de núcleos de hielo efectivos que el hombre dispone de un arma ocasional para modificar procesos potencialmente precipitantes que involucran nubes en sobrefusión.

Claramente se ve que la acción artificial debe concretarse, o bien a intentar disminuir la temperatura hasta cerca de  $-39^\circ C$  o menor, o a incorporar substancias que sean capaces de actuar como núcleos de sublimación o congelación a temperaturas mayores.

La primera posibilidad fué actualizada por SCHAEFER (59, 60) mediante el uso de trocitos de  $CO_2$  sólido (hielo seco), el cual, debido a su baja temperatura ( $-78,5^\circ C$ ), produce gran cantidad de diminutos cristales de hielo, la que ha sido estimada en  $10^{15}$  por gramo de  $CO_2$ .

La segunda se hizo factible gracias a los trabajos de BERNARDO VONNEGUT (74), quien buscando un cristal que presentara una estructura isomórfica a la del hielo —a los efectos de servir de núcleo— halló uno cuya disposición atómica presentaba una gran analogía. Tal cristal es el ioduro de plata, que, en experiencias inmediatas, se comportó como un buen núcleo de sublimación. Esta propiedad, sin embargo, es función de la temperatura, significando ello que, a igualdad de otras condiciones, de 30 a 40 veces más partículas de IAg servirán como núcleos de hielo a  $-15^\circ C$  que a  $-10^\circ C$  en un lapso de pocos minutos. Aumentos muy pequeños del radio —del orden de  $m\mu$ — pueden determinar asimismo incrementos substanciales de la actividad (68). Eventualmente todas las partículas se activan, pero esto parece requerir tiempo. Se inicia la actividad alrededor de  $-4^\circ C$ , pero un porcentaje muy bajo de partículas es capaz de actuar como núcleo a esta temperatura en un tiempo razonable.

Importantes experimentos posteriores de SCHAEFER (66) parecen demostrar que el IAg es también un buen núcleo de condensación, y así, al llegar al nivel de los  $-4^\circ C$ , se comporta como excelente núcleo de congelación con una actividad de casi el 100 %.

La gran ventaja del IAg sobre el hielo es que ni funde ni evapora bajo las condiciones atmosféricas, lo que permite aparentemente operaciones de siembra a gran distancia de las nubes, desde tierra. Así Vonnegut estima que 1 gramo de IAg fumigado desde tierra sería capaz de sembrar de 100 a 1000 millas cúbicas de nube en sobrefusión.

La inactivación fotolítica del IAg cuando es expuesto a la acción solar ha sido señalada por varios investigadores. VONNEGUT y NEUBAUER (77) hallaron en experiencias efectuadas en cajas que de un 40 a un 100 % de los núcleos de IAg permanecían activos luego de ser expuestos una hora a la radiación ultravioleta (UV), pero estimas previas indicaban que sólo del 1-10 % (58), o aun  $10^{-4}/10^{-7}$  % (34) retenían su actividad en el mismo lapso. BIRSTEIN (4) ha señalado que la efectividad del IAg cuando expuesto a los UV depende de la humedad relativa. En cuanto a las causas de esta inactivación, SCHAEFER sostiene (72) que ciertas impurezas del aire —azufre en particular— al ser adsorbidas en la superficie de las partículas de IAg, pueden determinar una susceptibilidad de estas últimas para con los UV, proceso semejante al aumento de sensibilidad que puede causar el azufre en las emulsiones de plata de las películas fotográficas.

REYNOLDS et al. (68) han puesto en evidencia que la concentración de núcleos efectivos puede ser aumentada en dos órdenes de magnitud agregando amoníaco al IAg en pequeñas cantidades. Su explicación es que las partículas mayores de IAg son mucho más activas como nucleantes, al mismo tiempo que más sensibles a los UV. Así, luego de un cierto tiempo de exposición a la luz solar, sólo quedan las partículas más pequeñas como potencialmente activas. La adición de amoníaco aumentaría el tamaño de las partículas, y de esta manera las activaría. El efecto no se observa si todos los núcleos han sido expuestos previamente a la acción del  $NH_3$ .

HOSLER (28), por su parte, afirma en sus investigaciones que la eficacia del IAg no es debida a su estructura cristalina sino a su capacidad de introducir iones polarizables en la estructura superficial de las gotitas, lo que determina una disminución en la energía libre superficial de las mismas, elevando su punto crioscópico. Hosler niega la necesidad y existencia misma de los núcleos de sublimación cristalinos, lo que ya habían sostenido anteriormente Krastanow y Weickmann.

De esta manera, en el esquema B. F. se dispone de dos medios capaces de provocar la formación de cristales de hielo en el seno de nubes en sobrefusión a temperaturas en general mucho mayores que en los procesos naturales:  $0^\circ C$  empleando  $CO_2$ , y desde  $-4^\circ C$  utilizando IAg. Una vez que se han formado los primeros cristales, éstos pueden multiplicarse por una reacción en cadena descrita por FINDEISEN (74) y posteriormente por SCHAEFER (64) («splitterung», «fragmentation»).

#### 4. Fundamentos de una acción artificial en un proceso por coalescencia.

La consideración del proceso por coalescencia ha sugerido lógicamente también la posibilidad de poder estimular la precipitación mediante la introducción en las nubes de gotas de agua de tamaño adecuado. LANGMUIR (38) sostuvo que se podía lograr precipitación mediante una reacción

en cadena consecuente a la introducción de pocas gotas grandes en la cima de una nube convectiva, y aun utilizó esta hipótesis para explicar la lluvia producida aparentemente en una nube que no estaba en sobrefusión por siembra con hielo seco en Hawaii<sup>(45)</sup>. LUDLUM<sup>(46)</sup> propuso también la posibilidad de una reacción en cadena en los Cb, y más tarde<sup>(47, 48)</sup> sugirió que la introducción en la base de la nube de grandes núcleos higroscópicos o gotitas de 30-80  $\mu$  de radio sería un método más efectivo de producir precipitación que la siembra de la cima de la nube con núcleos de hielo. WOODCOCK<sup>(81)</sup> había observado con anterioridad, en aire marítimo, núcleos higroscópicos suficientemente grandes como para explicar la existencia de gotitas de ese tamaño en las nubes.

Pero quien ha puesto en evidencia —teórica y prácticamente— la efectividad de los métodos que suponen el mecanismo por coalescencia ha sido E. G. BOWEN<sup>(6, 7, 9, 10)</sup>. Los bien planeados y controlados experimentos australianos permitieron no sólo constatar una extraordinaria adecuación de las experiencias con la teoría, sino también fijar las condiciones necesarias para una operación exitosa.

Bowen utiliza en sus cálculos un modelo con parámetros uniformes —ya que la variación de éstos no parece tener gran influencia sobre el resultado final— y aplica la siguiente expresión:

$$\frac{dD}{dt} = \omega u E / 2 \quad (II)$$

en la cual

$\omega$  = contenido de agua de la nube

$u$  = velocidad relativa de las gotitas

$E$  = eficiencia de captura o barrido, para cuyos valores se hace uso de los datos previamente por LANGMUIR<sup>(88)</sup>.

De esta manera se construyen familias de curvas de las que se deducen el tamaño final de gotas y el tiempo ( $t$ ) de gestación necesario para aplicaciones de variado diámetro ( $D$ ) mediano de gotitas en diferentes velocidades de corrientes ascendentes. Las curvas señalan que el tamaño de las gotas que caen de la nube aumenta con velocidades verticales crecientes y con diámetros decrecientes de las gotitas de la pulverización. Para máximo crecimiento, se sigue que es ventajoso inyectar gotas de tamaño mínimo, cuidando sin embargo de que sean suficientemente mayores que las de la nube, y que ésta tenga profundidad adecuada. La aplicación de gotas de menor tamaño lleva por otra parte también a una mayor probabilidad de que la precipitación se produzca en forma de granizo. El tiempo necesario para la producción de gotas de diámetro útil es de 20 a 60 min., desde la aplicación hasta que aparecen debajo de la nube. Las curvas se refieren todas a supuestos tratamientos efectuados a unos 300 m por sobre la base de la nube.

##### 5. Fuentes de precipitación adicional.

Si desde el punto de vista microfísico el problema de la producción artificial de lluvia ofrece bases teóricas no fundamentalmente objetables, la cuestión no es tan clara cuando se considera el aspecto macrofísico, en especial la cuestión del origen del aumento de la precipitación debido a la siembra.

Dos pueden ser las fuentes de una precipitación adicional por acción artificial:

a) descarga de una nube no precipitante; y

b) aumento del rendimiento de un sistema potencial o actualmente precipitante con o sin interferencia en la dinámica del crecimiento nuboso. Por rendimiento se entiende aquí la relación entre la masa de agua que precipita y la masa total de agua.

Luego de las notables experiencias australianas no parece haber duda alguna sobre la posibilidad del caso a). En lo que respecta al caso b), considerando como HOUGHTON<sup>(30)</sup> al rendimiento en precipitación como el producto de la eficiencia de condensación por la eficiencia de conversión, se pueden distinguir dos situaciones:

1) insuficiente nucleación natural en o por encima de la menor temperatura de la nube, o insuficiente amplitud de distribución de tamaño de las gotitas, y

2) núcleos naturales en número y actividad suficientes, o amplitud adecuada de tamaño de gotitas.

Sabemos que en el esquema B. F., la situación 1) es muy común, ya que las nubes en sobrefusión son mucho más frecuentes que las nubes de hielo hasta  $-10^{\circ}$  /  $-15^{\circ}$  C. Desde estas temperaturas, el número de cristales aumenta lentamente para acusar rápido aumento por debajo de los  $-30^{\circ}$  C. Así, pues, tanto en este esquema cuanto en el proceso por coalescencia, la siembra puede acrecentar la precipitación al reducir la cantidad de condensación que no es aprovechada. En otras palabras, se incrementaría la eficiencia de conversión.

En la situación 2), la siembra determina en el proceso B. F. que la precipitación se produzca a niveles inferiores donde menos vapor de agua se habrá condensado. Esto disminuye evidentemente la eficiencia de condensación, y puede dar lugar a una reducción en la precipitación. El mismo cuadro se configuraría en un proceso por coalescencia.

En lo que respecta a los probables efectos termodinámicos del calor latente liberado en la nucleación artificial, HOUGHTON (ibid.) concluye que sólo raramente se estimularía desarrollo vertical de consideración. SCHAEFER<sup>(64)</sup>, por el contrario, sostiene que en Cu en crecimiento activo y con profunda región en sobrefusión, la siembra puede originar fuertes movimientos convectivos, y hace notar que tales efectos han sido observados en las experiencias realizadas en Australia, S. Africa, Canadá y New Mexico.

Si bien se trataba de nubes en estado « estable », es decir, ni en desarrollo activo, ni disipándose, BOWEN<sup>(6)</sup> dice que, ocasionalmente (en alrededor del 5 % de los casos) fué liberado suficiente calor de fusión como para permitir a las nubes atravesar una inversión y desarrollarse a Cb dando fuerte precipitación. Es interesante anotar aquí, sin embargo, que el mismo efecto fué observado en el tratamiento de nubes que no estaban en sobrefusión con pulverizaciones de agua, y aparentemente en un porcentaje mucho mayor de casos<sup>(6)</sup>. El hecho de que la iniciación del mecanismo de conversión sea acompañado eventualmente de un incremento de los movimientos convectivos hace que el rendimiento en precipitación pueda ser en ciertos casos aún mayor. En efecto, la disminución de la eficiencia de condensación determinada por la conversión a un nivel inferior sería compensada por el estímulo de la convección.

Es opinión generalizada que una fracción significativa del agua con-

densada en la nube se pierde a menudo por evaporación en las corrientes superiores o de retorno de la circulación. Siendo esto así, HOUGHTON<sup>(30)</sup> admite que la precipitación puede ser aumentada por siembra si el adecuado número de núcleos puede ser introducido en el lugar apropiado. La frecuencia y persistencia de nubes de baja eficiencia de conversión es probablemente alta y es admisible que éste sea uno de los factores determinantes de los bajos rendimientos de los procesos de precipitación. Al respecto BRAHAM<sup>(14)</sup> puso de relieve en sus investigaciones sobre el rendimiento de agua de las tormentas que en condiciones medias sólo el 10 % del agua total contenida en una tormenta llega al suelo como lluvia. Probablemente la mayor parte del resto se pierde por evaporación. Si algo de esta humedad no utilizada pudiera ser precipitada por la siembra sin detrimento substancial del desarrollo de la nube, podría lograrse un adicional significativo.

Si bien un sistema potencialmente precipitante parece ofrecer mayor margen para una acción artificial, aquellos sistemas actualmente precipitantes en los cuales la relación  $v$  sea muy alta o que posea una circulación desfavorable para una adecuada conversión al nivel natural, podrían ser estimulados.

Por consideraciones análogas es lógico admitir también que es posible adelantar el momento de la precipitación —los australianos han logrado en algunos casos, en cierto modo, fijarlo—, circunstancia que a veces puede ser importante.

El monto de esta precipitación adicional parece no pasar en el primer caso *a*) de un 5 a un 10 % de aumento sobre la caída anual de lluvia, según las mejores estimas efectuadas. Es difícil concebir incrementos mayores, aun en las mejores condiciones, tratándose de nubes aisladas no precipitantes.

En cuanto al caso *b*), la falta de un conocimiento pleno de los mecanismos de precipitación unida a la carencia de experiencias satisfactorias deja a la cuestión muy en el aire. Sin embargo, es lógico pensar que por poco que se incremente la eficiencia de conversión en un sistema de alimentación continua, la cantidad de precipitación podría aumentar en forma moderada en un lugar dado. Así, es probable que en ciertos sistemas frontales y orográficos —ya sea por escasez de núcleos efectivos, ya por excesiva velocidad o variación de las corrientes superiores, o por gran uniformidad de los elementos nubosos— se pueda actuar en forma eficaz.

La actividad privada, que en general trabaja con estos sistemas, pretende aumentos de hasta el doble o más de lo normal para el período de siembra, como cosa común, y aunque estos intentos no ofrecen análisis probatorio decisivo, llama la atención la sostenida tendencia afirmativa de los resultados en la mayoría de las experiencias llevadas a cabo con buen criterio físico y meteorológico.

#### 6. Importancia de la precipitación adicional.

En lo que respecta a la importancia de esta precipitación adicional, es común hallar en la literatura juicios sobre el « significado » o « utilidad » de la misma, referidos sólo a su cantidad. La utilidad o importancia de una precipitación dada es siempre un concepto relativo al uso o función que el hombre le atribuye, y está compuesto de tres determinantes: cantidad, momento y aplicación. En agricultura, sobre todo, precipitaciones que fácilmente podrían ser juzgadas como « despreciables », pueden sig-

nificar la diferencia entre buena y mala cosecha, y casos análogos, aunque menos críticos, ocurren en otras actividades. La utilización y el momento de ocurrencia de una precipitación dada son los criterios principales para juzgar acerca de su importancia, ya que la cantidad útil mínima requerida está fijada por ellos.

Ejemplo típico de ello es el caso del trigo en Australia, donde el rendimiento no acusa sino muy pequeña correlación con la lluvia anual, pero sí una muy alta con la que cae durante las tres semanas del período de germinación. Como dice BOWEN<sup>(6)</sup>, aumentos moderados de precipitación durante este período, por siembras intensivas de Cu no precipitantes desde aeroplanos, podrían ser de gran valor económico, aun en pequeñas áreas. En el norte de Australia es también posible un adelanto de las lluvias de tipo monzónico mediante siembra activa de Cu de espesor adecuado, con lo que se conseguirían resultados de no poca importancia económica al estabilizar el desarrollo de los cultivos. No son pocos los casos análogos en la Argentina, asociados a los así llamados « períodos críticos » de los cultivos; baste citar aquí que en el SW de la zona triguera —*ceteris paribus*— cada milímetro adicional de lluvia en el período mayo-septiembre significa, a los precios actuales, un aporte de 1,50 pesos por hectárea.

Como muy bien lo expresan los canadienses: « la utilidad es específica para una aplicación dada y para una región determinada, y dependiente en primer término de la existencia de nubes apropiadas ».

#### 7. Grandes efectos sobre la circulación atmosférica.

En cuanto a la alegada influencia de las fumigaciones periódicas de AgI sobre el desarrollo y movimiento de los sistemas de presión y sus grandes movimientos de aire, varios meteorólogos han dado a conocer sus puntos de vista contrarios<sup>(31, 30, 44, 78)</sup> a lo sostenido por LANGMUIR<sup>(39, 40)</sup>, pero de entre todos se destaca el cuidadoso análisis presentado por BRIER<sup>(32)</sup>, quien, utilizando los mismos métodos usados por Langmuir, concluye que éstos no pueden ni desechar la hipótesis ni demostrar su validez. Observa asimismo que antes de que esta supuesta acción pueda ser aceptada como teoría, sus fundamentos físicos deben hacerse más claros requiriéndose además la conducción de más experiencias.

#### 8. Disminución de la precipitación.

Una de las sugerencias que se leen en el « Cloud Physics Project » es la de que la siembra de nubes podría disminuir efectivamente la cantidad de precipitación sobre una región dada. La base de esta afirmación se encuentra en el hecho de que el efecto más común de la siembra de Cu, observado en ese programa de investigaciones, fué la disipación parcial de las nubes. De esta manera se dificultaba y hasta impedía el ulterior desarrollo a Cb.

Este argumento ha sido ampliado y extendido por WORKMAN<sup>(82)</sup>, quien estudió las posibles consecuencias de la siembra de Cu en New Mexico. Debido a la baja humedad en esa área, mucha de la lluvia proviene de Cb totalmente desarrollados. Workman sostiene que la siembra puede desencadenar precipitación desde muchas nubes no maduras, y así prevenir el crecimiento de algunas de ellas hasta un tamaño que permitiría la producción de lluvia apreciable. La precipitación desde estas

nubes no totalmente desarrolladas muy probablemente se evaporará antes de llegar a tierra y contribuirá poco o nada a la lluvia total —de hecho, como el desarrollo de Cb sería inhibido, la lluvia total disminuiría.

El argumento de Workman incluye una consideración del papel de los Cb en la transformación y transporte de la energía en la atmósfera. El transporte de energía de las capas bajas a las altas, que acompaña al desarrollo de los Cb, sería evitado al disiparse estas nubes antes de alcanzar su madurez. Workman concluye que tal modificación de los procesos naturales de la atmósfera puede no sólo suprimir la actividad de tormentas local sino también ser el factor de importancia real en las modificaciones sinópticas en gran escala que LANGMUIR ha asociado con la precipitación inducida artificialmente<sup>(39, 40)</sup>.

BERGERON<sup>(3)</sup> ha examinado el problema del estímulo artificial de la precipitación, y llega a la conclusión de que, desde que no parece probable que la siembra de nubes sea capaz de producir el ascenso sistemático requerido para producir precipitación apreciable, la fuente principal de un aumento significativo de lluvia serían las nubes en sobrefusión producidas por ascenso orográfico. Estas nubes están asociadas siempre con movimientos ascendentes persistentes que de continuo reponen el contenido de agua líquida de las nubes. Bergeron argumenta que una siembra efectiva podría incrementar la lluvia, así como por sobresiembra disminuirla en esas determinadas condiciones.

SCHWERDTFEGER<sup>(41)</sup> sostiene que la precipitación total anual que cae sobre la tierra está fijada por la energía recibida del sol, y por lo tanto, permanece constante de año a año. De aquí que si se puede lograr un aumento significativo de lluvia en una región del mundo mediante siembra de nubes, deberá haber una correspondiente disminución en alguna otra región.

SCHAEFER<sup>(42)</sup> ha señalado que los falsos cirri que se desprenden a sotavento de los Cb disminuyen la cantidad de energía solar que llega a tierra. Esto impide que la temperatura en la superficie alcance los valores máximos a que arribaría en condiciones de cielo despejado y, por lo tanto, la posibilidad de desarrollo ulterior de Cu en las áreas sombreadas disminuiría.

La única evidencia experimental publicada de una disminución en la lluvia como resultado de operaciones de siembra es la ofrecida por DAVIES, HEPBURN y SANSOM<sup>(19)</sup> en África Oriental. Los autores atribuyen el fenómeno a probable sobresiembra.

### 9. La prevención del granizo.

Los últimos descubrimientos relativos a la Física de Nubes han permitido entrever posibles soluciones prácticas al problema de las granizadas, ya previstas en parte —como se estableció— por Findeisen en 1938.

Tanto el mecanismo B. F. como el proceso por coalescencia ofrecen perspectivas interesantes para controlar el meteoro. En el primero se contempla la posibilidad de la llamada sobresiembra, o sea la introducción del número suficiente de núcleos de hielo en el seno de una nube en sobrefusión, de modo tal que ninguno de los cristalitos de hielo pueda crecer mucho, y favoreciendo al mismo tiempo la producción de formas de precipitación cristalinas. Cuando la relación  $\nu$  es alta, la eficiencia de los núcleos es baja, y se favorece la producción de formas no cristalinas como

la nieve granulada y el granizo. Conviene, pues que, la relación  $\nu$  se aproxime a 1, y esto es lo que se persigue con la sobresiembra.

Como la génesis del granizo requiere la existencia de profundas zonas en sobrefusión, un temprano tratamiento de la nube —apenas pasada la isoterma de 0° C— prevendría la existencia de tales zonas o reduciría su profundidad, si no controlando por lo menos moderando el daño por el meteoro, al reducir su tamaño.

La sobresiembra ha sido admitida y propuesta por SCHAEFER<sup>(42)</sup> y BERGERON<sup>(3)</sup> para IAg y por LANGMUIR<sup>(37)</sup> para hielo seco. REYNOLDS sostiene<sup>(43)</sup> que es extremadamente improbable que las nubes convectivas de verano puedan ser sobresebradas desde fumigadores en tierra, apoyando su afirmación en cálculos basados en los datos de Houghton para crecimiento de cristales, y en la velocidad de reacción de las partículas de IAg como núcleos de sublimación dadas por Vonnegut. El proceso B. F. produciría suficiente amplitud en el tamaño de las partículas individuales como para asegurar la iniciación de un mecanismo por colisión cerca de la cima de la nube, asegurando así la precipitación. Duda asimismo de la probable sobresiembra<sup>4</sup> inyectando el IAg en el mismo seno de la nube mediante aviones u otros medios, debido a la presencia de células convectivas de alta concentración de agua.

BRAHAM<sup>5</sup> participa de la misma opinión. Sin embargo, BYERS<sup>6</sup> dice que probablemente en un estado temprano de desarrollo quizás se pudiera sobresebrar. ELLIOTT, por su parte<sup>7</sup>, sostiene poseer mucha evidencia de casos de sobresiembra, habiendo determinado esto un « modus operandi » especial en las operaciones de la « North American Weather Consultants ».

Tanto las experiencias canadienses cuanto las australianas coinciden en establecer que, utilizando CO<sub>2</sub>, no fué observado ningún fenómeno de sobresiembra. Por el contrario, BOWEN dice que, dentro de ciertos límites, cuanto mayor la cantidad de hielo seco usado, mayores parecían ser los efectos. Es útil recordar aquí que en las operaciones australianas se tuvo la precaución de elegir nubes « estables », es decir, ni creciendo ni disipándose. Pareciera que éstas serían las condiciones más favorables para sobresiembra, y, sin embargo, no se pudo detectar un solo caso. Por otra parte, como observa HOUGHTON<sup>(38)</sup>, no se tiene tampoco evidencia del fenómeno ni siquiera a lo largo de la línea de siembra con CO<sub>2</sub>, lo que probablemente indica una eficiencia selectiva.

La conclusión es que no podemos ni negar la posibilidad de la sobresiembra ni conocemos las condiciones en que ésta es posible, siendo en todo caso el fenómeno de factura más compleja de lo que se creyó al principio. De cualquier manera, es admisible que, tratando de sobresebrar, se pueda al menos lograr una relación  $\nu$  más favorable, lo que teóricamente debiera producir una « moderación » de la precipitación, o sea un diámetro menor —al haber un número mayor— de elementos precipitantes. Varias empresas comerciales han pretendido efectos de este tipo en sus operaciones, tanto en lluvia<sup>8</sup> como en programas anti-granizo, pero hasta ahora no se dispone de datos experimentales satisfactorios.

<sup>4</sup> Comunicación personal, septiembre 1952.

<sup>5</sup> Comunicación personal, diciembre 1952.

<sup>6</sup> Comunicación personal, diciembre 1952.

<sup>7</sup> Comunicación personal, septiembre 1952.

<sup>8</sup> Cálculos recientes de WEIGMANN<sup>(44)</sup> señalan que la intensidad de la precipitación en un típico frente cálido depende principalmente de la intensidad de la convergencia, siendo el número de elementos precipitantes de importancia secundaria. Cuestiona asimismo la posibilidad de la « moderación » en esos frentes.

En el mecanismo por coalescencia, BOWEN<sup>(19)</sup> pudo fijar un límite bastante preciso en la reacción de una nube, según que su espesor fuera menor o mayor de 1500 m. En el primer caso, el tratamiento producía casi invariablemente la disipación de la nube, mientras que en el segundo se llegaba a un proceso precipitante, en un tiempo y con un tamaño de gotas inversamente proporcionales al diámetro de las gotitas introducidas en la pulverización. Así, por un lado, un tratamiento precoz cuando la nube no ha sobrepasado cierto espesor crítico puede hacer abortar su desarrollo, y aun en el caso de que haya sobrepasado esa profundidad, una juiciosa pulverización con gotitas relativamente grandes puede provocar también una descarga temprana sin peligro al forzar la conversión a un nivel inferior.

Una posibilidad alternativa es provocar la disipación de la nube mediante la introducción en la misma de una masa cualquiera capaz de determinar suficiente arrastre friccional. Esto da lugar a corrientes descendentes que, debido a la peculiar estructura termodinámica<sup>(73)</sup>, pueden llegar a persistir sin esta ayuda friccional, causando una descarga abortiva y consecuente disipación.

En EE. UU. se ha intentado combatir el meteoro dentro de un esquema B. F. mediante el uso de IAg desde fumigadores en tierra; con cestillos cargados de CO<sub>2</sub> sólido y arrojados con paracaídas desde aviones, y arrojando desde aeroplanos ciertas substancias que presumiblemente sólo actúan en forma mecánica, haciendo abortar la nube u obligándola a descargar en zonas donde el granizo no causa daño. En Francia, DESSENS<sup>(21)</sup> ha propuesto el uso de un nuevo tipo de cohete antigranizo capaz de alcanzar los 5000 m, y que liberara partículas de IAg ó ICd desde los 3000 m en adelante, es decir, pasando el nivel de congelación. El uso de aviones, cohetes, globos o fumigadores en tierra fijos o móviles es evidentemente función del principio que se quiera aplicar y de las condiciones locales, habiéndose enumerado sólo algunas de las varias maneras de operar.

Independientemente de toda consideración de orden local, es interesante hacer notar que la aplicación del método Bowen por coalescencia —adecuado al fin perseguido— pareciera ofrecer perspectivas más alentadoras, ya que aparentemente presenta una base micro y microfísica más segura y menores exigencias de orden práctico. Dicho sea esto sin excluir en modo alguno intentos de « moderación » con especial aplicación a fenómenos frontales, y aun tratamientos combinados.

Todo programa práctico antigranizo debe fundamentarse en el mejor conocimiento posible de las condiciones brontogenéticas de la región considerada. La solución más adecuada deberá contemplar las características sinópticas y aerológicas que acompañan a las tormentas —sean éstas de origen térmico o asociadas con fenómenos frontales o prefrontales, de convección inferior o de altura, relacionadas o no con los accidentes oro y topográficos, etc.— y la posibilidad física y económica del tratamiento.

### III. ANTECEDENTES EXPERIMENTALES

Se ha considerado útil resumir en el cuadro sinóptico anexo la información disponible acerca de experiencias realizadas por institutos de investigación privados u oficiales en los distintos países.

### IV. LA ACTIVIDAD COMERCIAL

Muchos de los modernos « fabricantes de lluvias » poco se diferencian del famoso curandero y mago africano Sechele, citado por DAVID LIVINGSTONE en sus « Missionary Travels and Researches in South Africa », en 1857<sup>(74)</sup>. Sechele carbonizaba murciélagos, liebres, hígados de chacal, corazones de mono y león, vértebras y cuero de serpientes junto con toda clase de tubérculos, raíces, hojas y tallos. Luego quemaba este material en el suelo a barlovento de una nube, cosa que el humo penetrara en ella, consiguiéndose así la lluvia. Casi un siglo más tarde, no pocos aficionados entusiastas, con una preparación técnica muy similar a la de Sechele, han intentado e intentan aún —afortunadamente cada vez menos— modificar el curso natural del tiempo mediante la simple fumigación de cristales de IAg desde el suelo, o la descarga de partículas de hielo seco desde un avión, sin contar con aquellos que dicen hacer uso de substancias secretas que rodean del mayor misterio.

Es interesante anotar aquí que ya en 1890 se solicitaron patentes en EE. UU. y Alemania por aparatos para proyectar hielo seco dentro de las nubes, y en 1930 un holandés de nombre Veraart efectuó siembras de nubes en sobrefusión desde aeroplanos utilizando CO<sub>2</sub>, aunque al parecer buscando sólo aumentar la condensación por enfriamiento. Veraart sostuvo haber obtenido éxito en sus intentos de producción de lluvia, pero no logró despertar suficiente interés como para proseguir sus operaciones.

El planeamiento y ejecución de operaciones de siembra de nubes en forma científica y técnicamente capacitada requiere el concurso de especialistas en Meteorología con suficiente experiencia en la materia. El hecho de disponerse hoy en día de bases científicas que posibilitan una acción artificial en determinadas condiciones, encuadra el problema dentro de límites que sólo la ciencia y la experiencia del entendido pueden aprovechar debidamente. No llama la atención así el hallar en la dirección y personal de compañías privadas que se dedican a estas actividades, no sólo técnicos competentes, sino destacados en la profesión.

Más del 90 % de las operaciones conducidas en los EE. UU. y en el extranjero por personal capacitado se llevan a cabo por la acción de tres compañías, organizadas hace apenas 2 ó 3 años: la « Water Resources Development Corporation », en Denver, Colorado; la « North American Weather Consultants », en Pasadena, California, y la « W. E. Howell Associates, Inc. », en Cambridge, Massachussets. Actualmente, estas compañías realizan importantes operaciones en su país y fuera de él, especialmente para intereses agrícolas y para plantas hidroeléctricas que sirven a variadas explotaciones. He aquí algunas de las principales actividades:

1) Tratamientos para obtener más lluvia sobre más de 80 millones de hectáreas, principalmente en la parte occidental de los EE. UU., Méjico y Cuba, para presunto beneficio de agricultores y ganaderos.

## SINOPSIS DE ACTIVIDADES EXPERIMENTALES DE

País	Agente	Fecha	Material de siembra	Método	Formaciones nubosas tratadas
Africa Oriental (20)	East African Meteorological Department.	enero-abril 1951	AgI	Fumigadores en tierra. Bombas en globos.	Cumuliformes en general.
Argentina (21)	Universidad Nacional de Cuyo y Ministerio de Aeronáutica.	diciembre 1950	CO <sub>2</sub>	Tratamiento desde avión en isoterma de -12° C.	Cu potente.
Australia (6, 7, 8, 9, 10, 26, 28, 29, 30 y 34)	Division of Radiophysics, Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization.	1947-19..	CO <sub>2</sub>	Tratamiento desde avión en la cima de las nubes.	Cu en sobrefusión, no precipitantes, «estables», con cimas de 0° C/-15° C.
			AgI	Tratamiento desde avión en el seno de las nubes.	Mismo tipo.
			CO <sub>2</sub>	Tratamiento desde avión en la cima de las nubes.	Toda nube no precipitante cuya cima estuviera entre 0 y -15° C.
			AgI	Fumigador en tierra.	Toda formación potencial y actualmente precipitante.
			H <sub>2</sub> O	Tratamiento desde avión a 300 m sobre base nubes.	Cu que no alcanzaban nivel de congelación, en estado de crecimiento.
Canadá (22)	National Research Council of Canada.	junio 1948-enero 1949	CO <sub>2</sub>	Tratamiento desde avión.	Mayoría Cu. Algunos St.
EE. UU. (12, 13, 25)	General Electric («Project Cirrus» y otros programas).	1946-19..	CO <sub>2</sub>	Tratamiento desde avión.	Estratiformes y cumuli-formes en sobrefusión.
			Trozos de carbón ardiendo impregnados en solución de AgI + NaI.	Tratamiento desde avión.	Cumuliformes y estratiformes en sobrefusión.
			AgI + NH <sub>3</sub>	Fumigadores en tierra.	Cumuliformes en sobrefusión.
			H <sub>2</sub> O	Tratamiento desde avión en la cima de las nubes.	Cumuliformes no en sobrefusión.

## SIEMBRA DE NUBES EN LOS DISTINTOS PAÍSES

Controles	Resultados	Otras investigaciones
Registros pluviométricos en áreas «blanco» y control. Globos pilotos. Observaciones visuales.	5/27 casos fueron «probables éxitos»; 12/27 «probables fracasos» y 10/27 dudosos. Mejores resultados con bombas que con fumigadores en tierra. «Probables fracasos» atribuidos a sobresiembra.	
Observaciones visuales desde avión.	Chaparrón que llegó por lo menos hasta 1,9 Km de altura.	
Observaciones visuales y fotografías, radiosondejas y radar desde avión y tierra.	En alrededor de 100 experiencias el efecto más frecuente fué la producción de virga o chaparrones. La precipitación llegó a tierra siempre que el espesor de la nube fué mayor que la altura de su base. 100 % de éxito cuando la temperatura de la cima nube fué $\leq -6^{\circ}$ C. En el 3 % de los casos las nubes tratadas fueron capaces de atravesar una inversión y desarrollarse a Cb dando fuerte precipitación. La lluvia que llegó al suelo se estimó variar de 0 a 6 mm, pudiendo exceder de 12 mm en casos de desarrollo nuboso ulterior.	Diseño de radar para aviones y un pluviométrógrafo.
Mismos.	En alrededor de 30 experiencias, el AgI se mostró mucho menos efectivo que el CO <sub>2</sub> y en muchos casos no hubo reacción visible.	
Registros pluviométricos y observaciones visuales.	Suponiendo que toda la lluvia caída se debió a la siembra, la cantidad adicional obtenida fué estimada en un 5 % sobre la lluvia natural que hubiera caído en las seis semanas de las experiencias.	
Registros pluviométricos y observaciones visuales.	La zona sembrada recibió una cantidad de lluvia ligeramente superior, pero su magnitud fué menor que la variabilidad normal (julio, agosto y setiembre de 1951).	
Mismos que para Cu en sobrefusión.	De 11 experiencias realizadas, 10 produjeron virga o precipitación. Cuando el espesor de la nube excedió los 1500 m, en un caso se produjo lluvia, y en tres hubo desarrollo ulterior de la nube, dando fuerte lluvia y granizo. En 6 casos hubo virga y disipación, cuando el espesor de la nube era menor de 1800 m. En un caso no hubo reacción pero había considerable «wind-shear».	
Mayormente visuales. Algunos registros pluviométricos.	Sobre 57 experiencias, en el 76 % se observaron efectos: en el 48 % ocurrió precipitación, que en el 25 % alcanzó tierra. En dos ocasiones, la lluvia medida fué del orden de los 5 mm, caídas en 20 minutos. Sobre 21 experiencias selectas con Cu en sobrefusión, la lluvia llegó al suelo en el 45 % de los casos, y en el 19 % fué la única precipitación en un radio de 25 millas. Cu en sobrefusión dieron un % mucho mayor de lluvia a tierra (36 %) que St en sobrefusión (12 %). Las tentativas con Cu alcanzaron el 100 % de éxito cuando la temperatura de la cima de las nubes fué de -16° C/-19° C y el espesor de su zona en sobrefusión fué de 1200-1650 m. No se obtuvieron resultados con nubes no en sobrefusión.	Generación de nubes en atmósfera clara.
Observaciones visuales desde avión y tierra, y radar.	Virga y disipación en nubes estratiformes; apertura de hoyos y grietas; en 1 sobre 4 tentativas la nieve llegó al suelo. Disipación en Cu pequeños. De 2 Cu bien desarrollados se obtuvo precipitación apreciable: cayeron 9 mm, atribuidos a la siembra. De 5 Cu tratados se detectaron ecos radar; el 1º 15 min. después de la siembra y la lluvia cayó por varias horas después del sembrío; Cu no tratados, similares a los sembrados no produjeron lluvia. En total 7/8 casos favorables en Cu.	Generación de nubes en atmósfera clara. Correlación entre ecos radar y siembra. Naturalidad y estructura de nubes. Variación de concentración de núcleos de condensación hasta alturas de 10.500 m. Posibilidad modificación tormentas. Efectos de la siembra sobre diversos parámetros de la nube. Inactivación del AgI por la luz solar. Efectos de largo alcance por siembras periódicas de AgI. Disipación de nieblas. Estudios de condensación, sublimación, congelación, cristalográfía, carga eléctrica de los elementos de la nube. Diseño equipos especiales.
Mismos.	Se estimó que un St de 500 m de espesor fué transformado en cristales de hielo utilizándose $\pm 28$ g de AgI en una superficie de alrededor de 6 mi. <sup>2</sup> (temp. nube alred. de -10° C). Sobre un Cu, estimado como «muy pequeño y muy caliente», no hubo resultados favorables.	
Mismos.	Se atribuye una lluvia fuerte caída desde un Cu profundo a la fumigación desde tierra. Tal conclusión ha sido objetada por HALL (23) y PIERSON (24).	
Mismos.	La cima mayor de un Se fué sembrada dando precipitación muy débil. Un Cu en dispersión se sembró sin resultado. Una nube ya precipitante fué sembrada, aumentando la intensidad de la lluvia 12 min. después, aunque se carece de prueba causal satisfactoria.	

## SINOPSIS DE ACTIVIDADES EXPERIMENTALES DE SIEMBRA

País	Agente	Fecha	Material de siembra	Método	Formaciones nubosas tratadas
EE. UU. (8, 17, 18)	Weather Bureau U. S. Air Force and National Advisory Committee for Aeronautics (« Cloud Physics Project »).	1948-1949	CO <sub>2</sub>	Tratamiento desde avión.	Estratiformes, orográficas, estratiformes, cumuloniformes.
			H <sub>2</sub> O	Tratamiento desde avión en la cima de las nubes.	Cumuliformes a temperaturas mayores de 0° C.
Francia (11)	Observatoire du Puy de Dome (1670 m s. n. m.)	abril 1949-julio 1950	CO <sub>2</sub> AgI	Inspección directa en la nube o utilizando globos.	Sc
			Solución saturada de NaCl.	Pulverización en el seno de las nubes.	Sc.
Inglaterra (12)	Meteorological Research Flight.	1947-1949	CO <sub>2</sub>	Tratamiento desde avión.	Cumuliformes. Estratiformes.
Israel (13)	Rainfall Research Committee.	1949-1960	CO <sub>2</sub> Suspensión acuosa de AgI.	Tratamiento desde avión en la cima de las nubes.	Cumuliformes.
Sudáfrica (16)	South African Council for Scientific and Industrial Research.	1947-1948	CO <sub>2</sub> H <sub>2</sub> O	Tratamiento desde avión.	Cumuliformes. Estratiformes.

(Viene de la pág. 261)

2) Operaciones para la « Gaylord Container Corp. » de Louisiana y la « Marathon Paper Mills » de Canadá con el objeto de estimular el crecimiento de árboles y coadyuvar en la lucha contra los incendios de bosques.

3) Intentos de obtener más precipitación para uso hidroeléctrico en España, en Canadá para la « Aluminum Co. » y en Perú para la compañía productora de cobre y cinc « Cerro de Pasco Corp. ». En EE. UU. entre otras han suscripto contratos la « Southern California Edison Co. », la « Washington Water Power Co. », la « California Oregon Power Co. » y la « Pacific Gas and Electric Co. », siendo esta última la segunda compañía eléctrica más importante del mundo.

4) Siembras para incrementar las reservas de agua en diversas municipalidades.

Como actividades secundarias se han celebrado interesantes contratos de prevención de granizo.

## DE NUBES EN LOS DISTINTOS PAÍSES (Continuación)

Controles	Resultados	Otras investigaciones
Observaciones visuales desde avión y tierra. Radar. Radiosondeajes.	En nubes estratiformes se obtuvo ligera precipitación en 6/58 casos en Ohio, y disipación en general con orográficas estratiformes, aunque con campo cónico divergente. En nubes cumuliformes en Ohio, en 18/79 casos cayó lluvia desde nubes que no producían precipitación antes de la siembra. En 5/79 casos de lluvia, ésta era gónica en 30 millas a la redonda. Casi 1/3 de las nubes en sobrefusión dieron precipitación al ser sembradas. En un caso se estimó que llegaron al suelo 5 mm de lluvia. En Alabama alrededor del 50 % de 39 nubes tratadas que no señalaban eco radar previo, dieron ligeros chaparrones. El resultado más frecuente fué la disipación parcial, sobre todo en Ohio.	Algunas experiencias con óxido de plomo como material de siembra, sin resultados favorables.
Mismos.	Resultados no satisfactorios.	
Observaciones visuales, fotografías y registros pluviométricos.	Condiciones nubosas más favorables para tratamientos con NaCl que con AgI y CO <sub>2</sub> . En 5/16 casos de tratamiento con NaCl se obtuvo éxito; 2/16 fueron fracasos y en 9/16 no fué posible distinguir de la acción natural. En un caso, un Sc de 900 m de espesor produjo lluvia significativa a sotavento, en un momento y lugar consistentes con lo esperado.	
Observaciones visuales desde el aire. Radar.	2/2 casos de Cu en sobrefusión produjeron lluvia y disipación. 2/2 casos de siembra de nubes precipitantes no fueron concluyentes, aunque en un caso el eco radar sugirió una discontinuidad en la zona de precipitación. 2/2 casos de Ac en sobrefusión no fueron concluyentes. En 3 intentos para aliviar sequía en Treadale, se sembraron Cu de 3.000 m de espesor, y al menos 1/3 de la nube sobre nivel de congelación. Los 3 produjeron precipitación a la altura de la nube, pero sólo 1 un fuerte chaparrón. La siembra de un Sc en sobrefusión de 750 m de espesor hizo visible la tierra en 1 hora.	
Observaciones visuales desde el avión operador y desde un segundo avión.	Sobre 7 experiencias favorables, 2 produjeron fuertes chaparrones en tierra, 2 dieron lluvia, 2 sólo virga y 1 resultado dudoso. El CO <sub>2</sub> y el AgI fueron igualmente eficaces.	
Observaciones visuales desde avión y radar.	20/56 casos de nubes en sobrefusión dieron eco radar luego de sembradas. En un caso se produjo lluvia ligera, sin precipitación en la vecindad. No hubo evidencia de sobresiembra. Otras experiencias señalan que la siembra de un Cu produjo 25 mm sobre un área de 20 mi. <sup>2</sup> Se detectaron ecos desde una nube sembrada con agua, pero no se tuvo prueba causal satisfactoria.	

Casi sin excepción, las actividades comerciales de siembra de nubes se llevan a cabo mediante el uso de IAg desde fumigadores en tierra, fijos, ubicados en posiciones estratégicas. Eventualmente se utilizan camioncitos rápidos equipados con fumigadores, y hasta aeroplanos para cubrir todas las posibles alternativas que no serían totalmente servidas por los fumigadores fijos.

Estos fumigadores están basados en los métodos descriptos por VONNEGUT (19) para fumigar partículas de esta substancia, con algunas modificaciones secundarias. Mientras unos hacen uso de trozos de coque impregnados en una solución de IAg en acetona con INa, vaporizando esta solución en un quemador similar a una forja de herrero, otros vaporizan el IAg en una llama de propano o butano.

De acuerdo a los estudios de Vonnegut, estos aparatos, cuando se usan en debida forma, pueden producir hasta 10<sup>16</sup> cristales de IAg por

gramo. Estas partículas tienen un tamaño mediano del orden de 0,01  $\mu$  de diámetro, siendo por lo tanto invisibles y fácilmente acarreadas por cualquier movimiento de aire. Si el humo aparece azul por luz reflejada y amarillo por transmitida, las partículas tienen un diámetro más de 10 veces mayor, y la cantidad que puede producirse con un gramo de IAg se reduce en un factor de 100 a 1000 o aún más.

La difusión de estos aerosoles en la atmósfera, acarreados presuntamente por las corrientes ascendentes hasta el seno de las nubes a tratar, es aún un problema que está lejos de ser resuelto. Excepto en casos de siembra de ciertos frentes fríos o de ciertas situaciones orográficas, en los cuales existe una relativa seguridad de que el agente utilizado para la siembra llegará al nivel deseado, en general es incierta la trayectoria de las partículas y su concentración a determinada distancia a sotavento del fumigador. La propagación de estos « humos » está sujeta a factores tales como la variación de la velocidad y dirección del viento en altura, el gradiente térmico, la convección a distintos niveles y la difusión turbulenta, cuya acción combinada es difícil de predecir, aun suponiendo que se pudiera disponer de sus valores en el momento oportuno.

Se ha pretendido estudiar la dispersión de estas partículas mediante el uso de globos en equilibrio con el ambiente (« no-lift balloons »), que son fácilmente arrastrados por las corrientes atmosféricas, aunque es evidente que el método está sujeto a graves críticas.

La « Water Resources Development Corporation » ha publicado un gráfico idealizado —de estructura simétrica y continua— de la probable propagación de un aerosol, que según opinión de SCHAEFER es « probablemente satisfactoria como una primera aproximación para condiciones inestables »<sup>(72)</sup>. Sin embargo, resultados experimentales de Braham<sup>9</sup> difieren fundamentalmente, ya que muestran al aerosol distribuido en forma discontinua en cuerpos turbulentos. Por otra parte, alcanza recién los 1500 m de altura a 160 Km del fumigador, lo que tampoco concuerda con los datos correspondientes del gráfico y de lo admitido en sus operaciones por las empresas privadas. Si bien se podría objetar que los resultados de Braham corresponden a una situación topográfica particular —ya que se trataba de un valle entre dos cadenas montañosas— es interesante observar que cuando se efectuaron las experiencias hubo desarrollo de Cu y Cb, abundantes remolinos de polvo en el suelo y se produjeron tormentas locales. Además, estos resultados concuerdan, en parte, con estudios previos de SUTTON<sup>(71)</sup>.

Existe ya una abundante literatura en la que se da cuenta de los trabajos efectuados por estas compañías, incluso su « modus operandi ». Por supuesto que durante las operaciones no se lleva control adecuado de la eficacia del tratamiento (radar, etc.), siendo ello además prácticamente imposible en muchos casos.

La prueba de la eficacia del tratamiento se intenta hacerla « a posteriori » utilizando métodos estadísticos que, aun en el caso de que no contengan vicios de origen o procedimiento, no ofrecen suficiente poder analítico, ya que se trata de detectar diferencias demasiado pequeñas para la capacidad de análisis disponible.

No es raro comprobar aquí que se utilizan a veces datos de estaciones que han sido cambiadas no una, sino varias veces de ubicación; que por uno o más años han estado en condiciones no satisfactorias de funciona-

<sup>9</sup> Comunicación personal, diciembre de 1952.

miento; o que se comparan estaciones como « blanco » y « control » completamente heterogéneas en lo que respecta a altura, exposición y pendiente, y para las cuales los distintos tipos de tormenta —debido principalmente a los vientos diversos que prevalecen en cada una— dan curvas dispares de regresión para la precipitación respecto de los mismos períodos en las dos estaciones.

A esta falta de cuidado en la selección de los datos, se agrega no pocas veces un imperfecto conocimiento de las bases teóricas del método de análisis empleado, olvidándose, entre otras cosas, que la lluvia no es un elemento al que se pueda considerar normalmente distribuido y que la variancia de la estima no es constante. No tenemos todavía un método de análisis que permita alcanzar un grado de evidencia totalmente satisfactorio, a lo que no es ajeno tampoco la poca antigüedad y continuidad en las operaciones.

Sin embargo, el conjunto de los análisis presentados muestra una sostenida indicación en el sentido de un probable éxito de las operaciones. Esto es notablemente marcado sobre todo en aquellos intentos destinados a incrementar depósitos de nieve en las montañas, con el fin de producir energía eléctrica o como fuente de riego.

ELLIOTT<sup>(72)</sup> ha publicado una excelente exposición de los métodos utilizados en análisis de operaciones de sembrío, y BRIER y ENGER<sup>(73)</sup> han hecho una interesante crítica que muestra algunos de los problemas que surgen en este tipo de trabajos.

Parece útil agregar aquí, en forma breve, la relación de algunas experiencias comerciales interesantes.

1) *Experiencias en Hawaii*. Nubes cumuliformes a temperaturas por sobre 0° C fueron tratadas con hielo seco, en una serie de ensayos efectuados en el « Pineapple Research Institute » y la « Hawaiian Sugar Planters Experiment Station » durante setiembre y noviembre de 1947<sup>(74)</sup>. Se hicieron 54 siembras durante el curso de 15 vuelos bajo condiciones elegidas como favorables para precipitación. En 20 casos se produjeron lluvias o virga desde la nube sembrada. En el 80 % de los intentos acompañados por el éxito, la precipitación comenzó dentro de los 16 min. luego de la siembra. Hubo una diferencia significativa entre el espesor de las nubes que dieron lluvia o virga y las que no reaccionaron. En el vuelo más exitoso cayeron 31 mm de lluvia desde la nube sembrada, pese a que no se observó precipitación desde nubes de estructura similar en la vecindad. El efecto observado al sembrar nubes espesas fué una caída inmediata de la cima de la nube, seguida en pocos minutos por rápido crecimiento.

Se efectuaron 15 pruebas más durante 1948 y 1949. Se arrojó hielo seco granulado a razón de 12,5 libras cada cien pies de vuelo horizontal. Nueve se llevaron a cabo sobre nubes cuyas cimas no alcanzaban el punto de congelación, y seis sobre otras cuya temperatura era menor de 0° C. La cantidad de precipitación que pudo lograrse desde nubes a temperaturas por encima de 0° fué mucho menor que la obtenida desde nubes en sobrefusión. En 3 de las 6 pruebas con nubes en sobrefusión la lluvia media registrada en los 5 pluviómetros fué mayor de 38 mm. Como en las experiencias de 1947 transcurrió sólo un corto lapso entre la siembra y la iniciación de la precipitación. La comparación de la lluvia en los días de siembra con la caída en días análogos sin tratamiento sugiere que hubo una mayor frecuencia de lluvia fuerte en días de siembra. Se halló

que la presencia de una inversión de 1° C o más sobre la cima de los Cu daba por resultado una disipación parcial o ningún efecto después de la siembra. La presencia de gran variación de vientos entre la cima y la base de la nube fué también muy desfavorable para la producción de precipitación, ya que la cima de la nube tendía a dispersarse. Las nubes más favorables fueron Cu en crecimiento caracterizados por cimas bien definidas, sin la apariencia difusa típica de la presencia de cristales de hielo. Tales nubes mostraban en general un descenso inicial de la cima después del tratamiento, pero luego empezaban a crecer a alturas aún mayores dentro de un corto lapso. LANGMUIR<sup>(38)</sup> ha propuesto una explicación para la producción de precipitación desde nubes a temperaturas sobre el nivel de congelación. En esencia, LANGMUIR dice que la fina cubierta de hielo que se forma sobre los trocitos de CO<sub>2</sub> funde y produce gotitas suficientemente grandes como para caer a través de la nube. Van creciendo así por coalescencia hasta que llegan a un tamaño tal que se rompen. Las gotitas así originadas son todavía mayores que las que componen la nube y reinician el proceso, que es así como una reacción en cadena, cambiando la distribución de tamaño de las gotitas de la nube y produciendo lluvia.

2) *Experiencias de la California Electric Power Company.* Durante el invierno de 1947-48, en la costa del Pacífico de EE. UU., y particularmente en California, se tenían dudas de que las compañías de electricidad pudiesen satisfacer las demandas de energía que surgían del crecimiento anormal de la población y de la industria. Tal situación se había agravado por precipitaciones subnormales en los años precedentes y el costo creciente del fuel-oil. En un esfuerzo por aumentar los depósitos de nieve y el derrame consiguiente para las plantas hidroeléctricas se hicieron siembras de nubes en la Bishop Basin durante 1948 y 1949. Se trataron Cu con hielo seco arrojado desde un avión. Se pudieron observar y registrar sorprendentes fenómenos visuales y un análisis del caudal de agua disponible durante las experiencias pareció señalar un 14 % de aumento en 1948 y un 12 % en 1949. Esto era equivalente a un « derrame suplementario » de 6500 acres-pies de agua, un suministro suficiente como para producir potencia que habría costado 56.000 dólares si se hubiera generado por vapor. Las operaciones, en cambio, costaron alrededor de 200 dólares la hora vuelo<sup>(18)</sup>.

3) *Ciudad de Nueva York.* La crítica escasez de agua en la última parte del año 1949 en la ciudad de Nueva York decidió a sus autoridades a intentar operaciones de sembró de nubes. La misma se efectuó mediante el empleo de fumigadores de IAg principalmente, en 36 ocasiones durante las 31 semanas de abril a diciembre de 1950. Se comparó la precipitación caída durante ese lapso con la media de los 13 años precedentes, llegándose a la conclusión de que la siembra había aumentado la lluvia en un 14 %<sup>(39)</sup>. Este exceso representó aproximadamente una cantidad adicional de 60 billones de litros de agua para los reservorios de la ciudad. Se estimó que en algunos casos el exceso de precipitación en las áreas sembradas fué aún mayor.

4) *150 millones de acres en N. México, Colorado y Oregón.* KRICK y SMITH<sup>(40)</sup> han publicado un análisis de estas operaciones efectuadas en 1950 para incrementar la precipitación natural mediante el uso de fumigadores de IAg. El principal método de valoración utilizado fué una comparación de la lluvia mensual observada en las áreas sembradas con las cantidades

que podían esperarse de la correlación múltiple entre la lluvia ocurrida en estas áreas anteriormente y la lluvia de áreas de control adyacentes no afectadas. En 6 casos sobre 7 la lluvia caída en las áreas sembradas fué mayor que la calculada, circunstancia que se consideró como una indicación de que la siembra había producido importantes modificaciones. Sin embargo, no fué posible establecer el significado estadístico exacto de la precipitación en exceso. Se sugirió asimismo que un efecto de las operaciones de siembra había sido el de distribuir la lluvia más uniformemente sobre el área tomada como blanco, conclusión a la que se arribó mediante la comparación del número de días de lluvia en ambas áreas, de siembra y de control, con el número de días de lluvia en esas áreas durante los años anteriores cuando no hubo esta clase de operaciones. Si esto fuera real implicaría no sólo que las cantidades de lluvia pueden ser modificadas significativamente sino también la distribución misma de esa lluvia. Se presentaron también otros intentos de evaluar este efecto mediante la directa comparación de la distribución de la precipitación asociada con dos tormentas, la una sembrada y la otra no. Las distribuciones fueron marcadamente diferentes. Hubo una sorprendente concordancia, en el caso de la tormenta sembrada, entre las áreas de anomalía positiva de precipitación y las superficies tomadas como blanco. La lluvia en estas áreas para esta tormenta en particular fué superior en un 50 % sobre la lluvia mensual normal correspondiente a esas mismas superficies.

En otros estudios de tormentas individuales se observaron cantidades de lluvia hasta del 100 % mayores que los promedios mensuales normales dentro o muy cerca de las áreas tomadas como blanco.

5) En el otoño de 1951, la *Bonneville Power Administration*, dependiente del Ministerio del Interior de los EE. UU., intentó un programa de sembró de nubes con el objeto de incrementar el derrame para energía eléctrica en las usinas de Grand Coulee y Bonneville. Las operaciones de siembra se efectuaron en la cuenca del río Pend Oreille, en el estado de Montana principalmente.

Las operaciones comenzaron el 21 de setiembre y se continuaron sólo hasta el 30 inclusive. No se efectuaron más siembras debido a que los caudales mejoraron sensiblemente y también porque algunas cosechas estaban demoradas al oeste de Montana a causa de una precipitación estival por sobre la normal. Lo interesante de este intento es que, independientemente de la evaluación de las operaciones efectuadas por la compañía contratada, la B. P. A. —a solicitud de las autoridades del Ministerio del Interior— nombró una comisión formada por representantes del Bureau of Reclamation, del Geological Survey y del Weather Bureau, para llegar a un análisis lo más imparcial y exacto posible. Asimismo fué requerida la asistencia del Dr. Vicente Schaefer en carácter de consultor científico especial. Esto ha dado origen a la publicación de un excelente informe<sup>(42)</sup>, en el cual se hace un valioso análisis estadístico de las operaciones, utilizándose datos de precipitación y caudales comparados entre áreas de control y la superficie considerada como « blanco ». El valor del estudio efectuado reside no sólo en que se han aprovechado todas las posibilidades de análisis disponibles —reduciéndose correctamente los datos a las exigencias teóricas del método utilizado— sino que, especialmente, se destaca el muy limitado poder analítico de los métodos en uso, aún correctamente aplicados.

El Dr. Schaefer, en el capítulo III del informe, hace un interesante resumen crítico general de los métodos de siembra empleados.

La Comisión de evaluación dice entre otras cosas: « La comparación de los valores de derrame entre las áreas de control y de operaciones señala cantidades sostenidamente mayores para éstas con respecto a aquéllas para los meses de agosto, setiembre y octubre de 1951, siendo setiembre el más anormal de los tres ». « Si bien es cierto que las actividades de sembrío que se hicieron bajo contrato estuvieron claramente relacionadas con la época de los altos valores de derrame de setiembre en la cuenca, debe reconocerse sin embargo que estos valores pudieron ser debidos enteramente a condiciones naturales ». « Los análisis indican que aún si las condiciones de la siembra hubieran sido ideales, un período de operaciones no sería suficiente para demostrar concluyentemente su efectividad en el incremento de la precipitación y derrame ». « Deberían concretarse esfuerzos coordinados hacia el desarrollo de evaluaciones basadas en un más acabado conocimiento de los procesos físicos y químicos, y en métodos analíticos mejorados ».

6) En otro informe dado a luz por la *Oregon Agricultural Experiment Station* (Medford Branch), y la *Oregon Agricultural Research Foundation*, Corvallis, Oregon, se analizan independientemente las operaciones que para acrecentar los depósitos de nieve en las montañas Cascade o en el sur de Oregon llevó a cabo la « North American Weather Consultants » por encargo de la California Oregon Power Company (2). La conclusión es la siguiente: « El análisis conjunto de la lluvia, caída de nieve y derrame, sugiere que la siembra de nubes llevada a cabo de noviembre 15 de 1951 a abril 2 de 1952 puede haber modificado en forma significativa y beneficiosa la hidrología del área en cuestión. Sin embargo, la evidencia no puede todavía ser considerada como concluyente, debido a la poca antigüedad de las operaciones. Se recomienda muy especialmente que se continúe con los intentos otro año más ».

#### V. CONCLUSIONES

El hecho de que las circunstancias que favorecen la producción natural de precipitación sean las mismas, prácticamente, que las que deben concurrir necesariamente para el estímulo artificial de las lluvias, y la gran variabilidad natural de éstas en el espacio y en el tiempo, hace muchas veces difícil la discriminación satisfactoria entre la acción natural y la artificial. Obsérvese que esta última, tanto en el esquema B. F. cuanto en el proceso por coalescencia, sólo pretende provocar o desencadenar un mecanismo de conversión favorable, dejando a las fuerzas naturales los pasos subsiguientes. En otras palabras, el hombre interviene únicamente en aquellos sistemas potencial o actualmente precipitantes cuyo mecanismo de conversión —por una u otra causa— es deficiente, y su intervención está limitada a la fase inicial.

Sin embargo, hoy ya nadie puede negar que, bajo ciertas condiciones, el hombre es capaz de provocar artificialmente precipitación. Las experiencias canadienses y australianas han sido a este respecto concluyentes.

Que esta precipitación sea útil o importante, depende de la aplicación que se le quiera dar y de las condiciones de la región considerada. Es decir, es un problema de orden climato-económico local.

Estas consideraciones se refieren especialmente a experiencias efec-

tuadas con CO<sub>2</sub> y con agua en el tratamiento de nubes cumuliformes aisladas. Desgraciadamente, no se tiene aún, con el uso del AgI, evidencia comparable a la que se posee con el CO<sub>2</sub>, aunque es innegable que, por otra parte, existe un cúmulo de indicaciones en el sentido de una acción positiva en el tratamiento de sistemas actual o potencialmente precipitantes.

El estado actual del problema en sí, y de las cuestiones relacionadas con la modificación artificial de las nubes podría resumirse de esta manera:

1) Tanto en el esquema B. F. cuanto en el proceso por coalescencia, el hombre es capaz de iniciar la fase de conversión de elemento nuboso a partícula precipitante, o de modificar el nivel de conversión.

2) Esta intervención puede modificar la cantidad de precipitación, el momento en que se produce y probablemente el tipo de la misma.

a) El resultado a lograrse puede ser razonablemente previsto en tratamientos de nubes cumuliformes aisladas, mediante la consideración de parámetros sencillos.

b) En tratamientos de sistemas nubosos potencial o actualmente precipitantes, es mucho más difícil prever los resultados. A este respecto, los sistemas que parecieran ofrecer mejores perspectivas serían aquellos asociados con ciertos frentes fríos y accidentes orográficos, por sus condiciones macrofísicas más favorables para una acción artificial.

3) La acción artificial puede también lograr la disipación y el aborto de nubes, así como también la generación de nubes cirriformes en aire sobresaturado para hielo.

4) Las nieblas y nubes estratiformes en sobrefusión pueden ser tratadas con éxito —en condiciones adecuadas— a los efectos de incrementar la visibilidad.

5) La prevención de formación de hielo en los aviones sería posible mediante la siembra apropiada de las nubes en sobrefusión, pero las dificultades de orden práctico parecen ser grandes, desde que habría que sembrar un gran volumen de atmósfera, y por otra parte es difícil predecir con anterioridad qué nubes darán origen a condiciones serias de ocurrencia del fenómeno.

6) La prevención del granizo presenta posibilidades muy prometedoras. Si bien hasta ahora no se han realizado experiencias satisfactorias, la aplicación de métodos basados en el mecanismo por coalescencia ha abierto todavía mayores perspectivas de éxito, las que están a la espera de un plan racional de experimentación.

7) El control de extensas situaciones sinópticas mediante la siembra con AgI no ha sido probado ni rechazado por los mismos métodos estadísticos utilizados por quienes sostienen tal efecto. Hasta tanto no se disponga de más fundamento físico y experimental al respecto, nada puede afirmarse en favor de tal hipótesis.

8) No debe esperarse —en el estado actual del problema— un alivio substancial de las condiciones imperantes en regiones áridas. Sin embargo, en el caso especial de aquellas regiones áridas que disponen de agua de riego originada, parcial o totalmente, en la fusión de nieve, o en precipitaciones orográficas en general, las perspectivas para una acción artificial pueden ser amplias.

9) Tampoco pueden ser aliviadas las sequías caracterizadas por escasez de nubes potencialmente precipitantes. Aun pudiéndose contar con estas

últimas, y con un tratamiento exitoso, la evapotranspiración real por unidad de tiempo deberá ser asimismo favorable, para que la lluvia adicional presumiblemente obtenida no llegue a ser de todos modos insuficiente.

10) La necesidad de ensayos experimentales cuidadosamente planeados —ya sea con el propósito de incrementar la precipitación o de evitar sus formas dañinas— parece ser evidente, no sólo por su valor intrínseco, sino porque, además, las experiencias de otros países son difícilmente interpretables en función de nuestras propias condiciones climáticas y económicas.

#### AGRADECIMIENTOS

El autor deja constancia de su reconocimiento a todas aquellas personas que, en institutos de investigación, servicios oficiales o empresas privadas contribuyeron muy amablemente con su valiosa información, y de particular manera al Dr. M. Neiburger, de la Universidad de California en Los Angeles; al Dr. E. J. Workman, del New Mexico Institute of Mining and Technology; al Dr. F. Reichelderfer y sus colaboradores, del U. S. Weather Bureau; al Dr. H. G. Houghton, del Massachusetts Institute of Technology; al Dr. V. Schaefer, de los laboratorios de la General Electric; al Dr. I. Langmuir, y a los Dres. H. Byers, R. Braham y S. Pettersen de la Universidad de Chicago. Queda muy particularmente acreedor de este último por su especial interés. Los Sres. E. Bolla y R. Elliott de la «North American Weather Consultants» y los Dres. I. P. Krick de la «Water Resources Development Corporation», y W. E. Howell de la «W. E. Howell Associates, Inc.» suministraron asimismo con toda gentileza la información requerida.

#### BIBLIOGRAFÍA \*

- ANDERSON, C. E. — «A new theory for atmospheric ice formation». Paper of the 120th. National Meeting of the American Meteorological Society January 26-29, 1953. N. York. *Bull. A. M. Soc.*, Nov. 1952.
- BARTON, M. — «Analysis of attempts to increase snow-fall and resultant runoff by winter cloud seeding in Southern Oregon Cascade Mountains, 1951-1952». Oregon Agric. Exp. Sta. and Oregon Agric. Res. Found., Corvallis, Or.
- BERGERON, T. — «The problem of artificial control of rainfall on the globe». *Tellus*, I: (1): 32-45, y I: (3): 15-32, 1949.
- BIRSTEIN, S. J. — «The effect of relative humidity on the nucleating properties of photolyzed silver iodide». Paper presented at the 114th. National Meeting of the A. M. S., N. York, January 28-31, 1952.
- BIRSTEIN, S. J. — «The action of sea salt as a nucleus for ice crystal formation». Paper at the 120th. National Meeting of the American Meteorological Society. January 26-29, 1953, N. York. *Bull. Amer. Met. Soc.*, Nov. 1952.
- BOWEN, E. G. — «Australian Experiments in Artificial Rainmaking». Summary of talk presented at W. B. Seminar, Washington, D. C. Nov. 7, 1951.
- BOWEN, E. G. — «Radar observations of rain and their relation to mechanism of rain-formation». *Journ. of Atmosph. Terrest. Physics*, I: 125-140, 1951.
- BOWEN, E. G., and DAVIDSON, K. A. — «A raindrop spectrograph». *Q. Journ. Roy. Met. Soc.* 77: 445-449, 1951.
- BOWEN, E. G. — «The formation of rain by coalescence». *Australian Journ. Sc. Res.* (A) 3: 193-213, 1950.
- BOWEN, E. G. — «A new method of stimulating convective clouds to produce rain and hail». *Q. Journ. Roy. Met. Soc.* 78: (335): January 1952.

\* Se recomienda al interesado la consulta de la extensa bibliografía comentada, publicada en el *Meteorological Abstracts and Bibliography*, I: (3), marzo de 1950, en dos secciones: I) Física de la formación de la precipitación y de la condensación; II) Modificación artificial de las nubes.

- BRAHAM, R. R.; REYNOLDS, S. E., and HARRELL, J. H. — «Possibilities of cloud seeding as determined by a study of cloud height versus precipitation». *Journ. of Met.* 8: 416-418, 1951.
- BRIER, G. W. — «Seven-day periodicities in certain meteorological parameters during the period 1899-1951». Paper presented at the 114th. National Meeting of the A. M. S., N. York, January 28-31, 1952.
- BRIER, G. W., and ENGER, I. — «An analysis of the results of the 1951 cloud seeding operations in Central Arizona». *Bull. Amer. Met. Soc.* 33: (5): 208-210, 1952.
- BYERS, H. — «Thunderstorms». *Compendium of Meteorology*, Americ. Met. Soc., 1951.
- COONS, R. D.; GENTRY, R. C., and GUNN, R. — «First partial report on the artificial production of precipitation: stratiform clouds, Ohio, 1948». *Bull. Amer. Met. Soc.*, 29: 266-269, 1948.
- COONS, R. D., and GUNN, R. — «Relation of artificial cloud modification to the production of precipitation». *Compendium of Meteorology*, Am. Met. Soc., 1951.
- COONS, R. D.; JONES, E. L., and GUNN, R. — «Second partial report on the production of precipitation: cumuliiform clouds, Ohio, 1948». *Bull. Am. Met. Soc.*, 29: 544-546, 1948. «Third partial report on artificial production of precipitation: orographic stratiform clouds, California, 1949». *Bull. Amer. Met. Soc.*, 30: 255-256, 1949.
- CUNDIFF, S. A. — «An industrial operation to produce precipitation». Paper presented at the Western Snow Conference, Boulder City, Nevada, 1950.
- DAVIES, D. A.; HEPBURN, D., and SANSON, H. W. — «Report on studies at Kongwa on artificial stimulation of rain, January April, 1951». *East African Meteorological Department Memoirs*, II: 9, 1951.
- DESSENS, H. — «Recherches sur la pluie artificielle a l'Observatoire du Puy de Dôme». *Annales de Geophysique* 6: 331-344, 1950.
- DESSENS, H. — «Peut-on combattre la grêle?». *Le Monde*, 18 juillet 1950, Paris.
- ELLIOTT, R. — «Methods of evaluation in cloud seeding». Paper presented at Western Snow Conference Meeting, Sacramento, 1952.
- EMMONS, G.; HAURWITZ, B.; WADSWORTH, G., and WILLETT, H. C. — «Comments on Dr. Langmuir's article on precipitation control». *Science* 115: 191-192, 1951.
- FINDEISEN, W., and FINDEISEN, E. — «Untersuchungen über die Eissplitterbildung an Reifschichten». *Met. Zeitsch.* 60: 145-154, 1943.
- FIRTH, R. — «Artificial nucleation of clouds». *The meteorological Magazine*, 79 (931): 5-9, 1950; and «Wind shear revealed by artificial nucleation». *Q. Journ. Roy. Met. Soc.*, 77: 131-135, 1951.
- GEORGI, W. — «El problema de la lluvia artificial». *Mundo Atómico*, II: (4), marzo 1951, Buenos Aires.
- HALL, F. — «Comment on Dr. Langmuir's article on precipitation control». *Sci. en. ce*, 113: 189-191, 1951.
- HOSLER, G. L. — «On the crystallization of supercooled clouds». *Journ. of Met.*, 8: 326-331, 1951.
- HOUGHTON, H. G. — «Problems connected with the condensation and precipitation processes in the atmosphere». *Bull. Amer. Met. Soc.* 19: 152-159, April 1938.
- HOUGHTON, H. G. — «An appraisal of cloud-seeding as a means of increasing precipitation». *Bull. Amer. Met. Soc.* 32: 39-46, 1951.
- HOUGHTON, H. G. — «On the physics of clouds and precipitation». *Compendium of Meteorology*, American Met. Soc. 1951.
- HOUGHTON, G. H. — «A preliminary analysis of precipitation mechanisms». *Journ. of Met.* 7: 363-369, 1950.
- HOWELL, W. E. — «Statement before subcommittee of the Committee on Interior and Insular Affairs, Interstate and Foreign Commerce, Agriculture and Forestry». U. S. Senate, pg. 131-148, March 16, 1951.
- INN, E. C. Y. — «Photolytic inactivation of ice-forming silver iodide nuclei». *Bull. Amer. Met. Soc.* 32: 132-135, 1951.
- KRAUS, E. B., and SQUIRES, P. — «Experiments on the stimulation of clouds to produce rain». *Nature*, 159: 489, 1947.
- KRICK, I. P., and SMITH, T. B. — «Some evaluations of sustained cloud seeding operations». Paper presented at the 32nd. Annual Meeting of the A. G. U. Wash., D. C. 1951.
- LANGMUIR, I. — «Project Cirrus, Occasional Report N° 25». General Electric Research Laboratory, Schenectady, N. York. 1951.
- LANGMUIR, I. — «The production of rain by a chain reaction in Cu clouds above freezing». *Journ. of Met.* 6: 175-192, 1948.

39. LANGMUIR, I. — « A seven-day periodicity in weather in the United States during April, 1950 ». *Bull. Amer. Met. Soc.*, 31: 386-387, 1950.
40. LANGMUIR, I. — « A summary of periodicities in rainfall, temperature and pressure induced by periodic silver iodide seeding ». Paper presented at the 114th. Annual Meeting of the Americ. Met. Soc., N. York 1952.
41. LANGMUIR, I., and others. — « Final Report, Project Cirrus ». Gen. Elec. Res. Lab., Dec. 1948.
42. LANGMUIR, I., and others. — « Final Report, Project Cirrus ». Gen. Elec. Res. Lab., July 1951.
43. LEOPOLD, L. B., and HALSTEAD, M. H. — « First trials of the Schaefer-Langmuir dry ice cloud seeding technique in Hawaii ». *Bull. Americ. Met. Soc.* 29: 525-534, 1948, and « 1948-1949 trials of Schaefer-Langmuir cloud seeding technique in Hawaii ». *Tellus*, 5: 44-52, 1951.
44. LEWIS, W. — « On a seven-day periodicity ». *Bull. Americ. Met. Soc.*, 32: 192, 1951.
45. LEWIS, W. — « The importance of artificial nucleation for the production of precipitation ». *Transactions of the New York Academy of Science*, 12 (Ser. II): 264-267, 1950.
46. LUDLUM, F. H. — « The composition of coagulation elements in cumulo-nimbus ». *Quart. Journ. Roy. Met. Soc.*, 76: 52-58; 1950.
47. LUDLUM, F. H. — « The production of showers by the coalescence of cloud droplets ». *Quart. Journ. Roy. Met. Soc.*, 77: 402-417, 1951.
48. LUDLUM, F. H. — « Structure of shower clouds ». *Nature*, 167: 254-266, 1951.
49. LUDLUM, F. H. — « Artificial and natural shower formation ». *Weather*, 7: (7): 199-204, July 1952.
50. MASON, B. J., and LUDLUM, F. H. — « The microphysics of clouds ». Reports on Progress in Physics, p. 147-195. The Physical Society, 1951.
51. « Meteorological Research Flight. Artificial stimulation of rain ». *The Meteorological Magazine*, 79: (951): 9-10, 1951.
52. ORR, J. L.; FRAZER, D., and PETTIT, K. G. — « Canadian experiments on artificially induced precipitation ». *Bull. Americ. Met. Soc.*, 31: 56-59, 1950. « Analysis of experiments on inducing precipitation ». Report N° MD-32, National Res. Council of Canada, August 17, 1949.
53. PIERSON, W. J. — « Large scale control of weather by introduction of sublimation nuclei into the atmosphere ». *Transactions of the N. York Acad. of Sc.* 12: (Ser. II): 268-270, 1950.
54. RAINFALL RESEARCH COMMITTEE. — « A preliminary report on experiments for the production of artificial rain in Israel ». Hakiryia, May 15, 1950.
55. REISS, H. — « Time lag in the nucleation of supercooled water clouds by silver iodide smokes ». *J. Chem. Phys.*, 18: 529-533, April 1950.
56. REYNOLDS, S. E.; HUME, W., and McWHIRTER, M. — « Effects of sunlight and ammonia on the action of silver iodide particles as sublimation nuclei ». *Bull. Americ. Met. Soc.*, 33: 26-31, 1952.
57. REYNOLDS, S. E.; HUME, W.; VONNEGUT, B., and SCHAEFER, V. — « Effect of sunlight on the action of silver iodide particles as sublimation nuclei ». *Bull. Americ. Met. Soc.*, 32: 47, 1951.
58. REYNOLDS, S. E. — « Ice crystal growth ». *Journ. of Met.* 9: (1): 36-40, 1952.
59. SCHAEFER, V. J. — « The production of ice crystals in a cloud of supercooled water droplets ». *Science*, 104: 457-549, 1946.
60. SCHAEFER, V. J. — « The natural and artificial formation of snow in the atmosphere ». *Transactions of the American Geoph. Union*, 24: 492-498, 1948.
61. SCHAEFER, V. J. — « The effects produced by seeding supercooled clouds with dry ice and silver iodide », p. 42-50 in Centenary Proceedings of the Royal Met. Soc., 1950.
62. SCHAEFER, V. J. — « Experimental Meteorology ». *Zeitsch. für Angew. Met. und Phys.* I: 153-183, 217-236, 1950.
63. SCHAEFER, V. J. — « Induced precipitation and experimental meteorology ». *Trans. of the N. York Acad. of Sc.* 12 (Ser. II): 260-264, 1950.
64. SCHAEFER, V. J. — « Snow and its relationship to experimental meteorology », pp. 221-234, in Compendium of Meteorology, Americ. Met. Soc. 1951.
65. SCHAEFER, V. J. — « Formation of ice crystals in ordinary and nuclei-free air ». Gen. Elec. Res. Lab. N° 1951, June 1952.
66. SCHWERTFEGER, W. — « Consideraciones acerca de la compensación global de la precipitación anual, en relación con el problema de la producción artificial de lluvias ». *Meteoros*, I (3): 1951.

67. SMITH, E. J. — « Experiments in seeding cumuliform clouds with dry ice ». *Austral. Journ. Scient. Res. (A)* 3: 214-225, 1950.
68. SMITH, E. J. — « Observation of precipitation with an airborne radar ». *Aust. Journ. Scient. Res. (A)*: 214-225, 1950.
69. SOUTH AFRICAN COUNCIL FOR SCIENTIFIC AND INDUSTRIAL RESEARCH. — « Artificial stimulation of precipitation ». Pretoria, 1948.
70. SQUIRES, P., and SMITH, E. J. — « The artificial stimulation of precipitation by means of dry ice ». *Aust. Journ. Scient. Res. (A)* 2: 232-245, 1949.
71. SUTTON, O. G. — « The problem of diffusion in the lower atmosphere ». *Quart. Journ. Roy. Met. Soc.* 73: pg. 257, 1947.
72. U. S. DEPART. OF THE INTERIOR. — « Report on Bonneville Power Administration Cloud Seeding Operations ». Portland 8, Oregon, July 1952.
73. U. S. DEPARTMENT OF COMMERCE, WEATHER BUREAU. — « The thunderstorm », June 1949, Washington, D. C.
74. VONNEGUT, B. — « The nucleation of ice formation by silver iodide ». *Journ. of Appl. Phys.* 18: 593-595, 1947.
75. VONNEGUT, B. — « Techniques for generating IA<sub>g</sub> smokes ». *Journ. Coll. Sc.* 5: 37: 1950.
76. VONNEGUT, B. — « Cloud seeding ». *Scientific American*, 186: 17-22, 1952.
77. VONNEGUT, B., and NEUBAUER, R. — « Recent experiments on the effect of ultra-violet light on silver iodide nuclei ». *Bull. Americ. Met. Soc.* 32: 556, 1951.
78. WAHL, E. — « On a seven-day periodicity in weather in the U. S. during April 1950 ». *Wall Street Journal*. Nov. 20 de 1952.
80. WEICKMANN, H. — « Das Problem der Künstlichen Vermehrung von Aufgleitniederschlägen ». *Berich. d. Deutsch. Wetterd. in der U. S. Zone*. N° 38, 1952.
81. WOODCOCK, A. H., and GIFFORD, M. M. — « Sampling atmospheric sea-salt nuclei over the ocean ». *Journ. of Marine Res.* 8: 177-197, 1949.
82. WORKMAN, E. J. — « A consideration of physical consequences of cloud seeding ». Paper presented at the 114th. National Meeting of Americ. Met. Soc., N. York, January 28-31, 1952.

## NOTAS Y COMENTARIOS

**La exactitud como problema en el radiosondeo.**— Es notorio que la aplicación amplia y permanente del radiosondeo incide en el progreso efectivo de la meteorología práctica y, en particular, en la elaboración de pronósticos a corto plazo por parte de los servicios públicos y de aeronáutica. No obstante lo cual, las experiencias del último decenio, abundantes e inteligentemente realizadas en distintos países, vienen a afirmar que la exactitud de las mediciones, sobre todo en las capas superiores de la atmósfera, no alcanza a satisfacer, hasta ahora, las exigencias primordiales de la meteorología sinóptica. Los ensayos prosiguen con optimismo y entusiasmo, y a los países habituados a esta búsqueda científica se unen otros nuevos, como la Argentina. Lo cual nos insta a hacer, siquiera brevemente, una mención del estado actual de las investigaciones mundiales acerca de la exactitud de las mediciones como elemento fundamental en el complejo problema del radiosondeo.

Factor importante, por ejemplo, para la previsión de los procesos de ciclogénesis y anticiclogénesis en meteorología sinóptica, es la desviación del viento real con respecto al viento geostrofico; el conocimiento del primero se obtiene por la medición inmediata del viento mediante los sondeos con dos teodolitos o el método radar, que permite una exactitud apreciable; el segundo debe calcularse en base a las topografías absolutas de los distintos niveles principales de la presión (800, 500, 300, 200, ... mb), cuya exactitud depende de la precisión de los radiosondeos de temperatura, presión y humedad. Y digamos que es la poca seguridad de los datos mencionados y, como consecuencia, el dudoso trazado de las isóneas en estos « mapas de altura », lo que se opone a la determinación de dichas desviaciones, cuyo valor en sí siempre resulta pequeño (orden de magnitud de las desviaciones importantes: 10 grados de ángulo y 10 % de la velocidad).

Es obvio que tal situación dió un fuerte estímulo a toda clase de investigaciones prácticas y teóricas que tienden a determinar inequívocamente qué es lo que miden en realidad los radiosondas, cuál de estos elementos necesita un mejor desarrollo en primera instancia, y qué diferencias existen entre los distintos tipos. Un paso ade-

lante lo constituyó el programa de sondeos comparativos simultáneos de seis distintos tipos de radiosondas, desarrollado en el mes de mayo de 1950, en Payerne, Suiza.

Los participantes fueron el tipo finlandés, el francés, el suizo, el británico, uno de los varios tipos norteamericanos, y uno de los desarrollados en Alemania occidental.

La bibliografía que complementa este comentario (referencias <sup>11, 16, 17, 19, 20</sup>) registra la documentación aparecida en distintas publicaciones científicas, rindiendo cuenta de los resultados, no muy alentadores por cierto, de tal magnífico experimento.

Más tarde, en junio de 1951, se efectuaron sondeos comparativos para cuatro tipos norteamericanos en Oklahoma-City, y en varios países se realizaron investigaciones en forma de sondeos gemelos; tales son las de Finlandia, Francia y Suiza (<sup>12, 14, 21, 22</sup>) u otras comparaciones críticas, efectuadas en Alemania oriental (<sup>1</sup>), y en una parte de la red aerológica de Europa occidental y Central (<sup>23</sup>). No podemos exponer aquí los resultados de todos estos trabajos en forma detallada, los cuales tratan de la diferencia sistemática, existente o no, entre los datos de los distintos tipos, a distintas alturas, y de la dispersión individual en cada tipo. Pero damos idea general de los resultados por los siguientes números, que se refieren a los datos básicos para los mapas sinópticos aerológicos. Según los sondeos de Payerne, en el 68 % de todos los casos, las diferencias quedan inferiores a 1,5° C en temperatura, 11 % en humedad relativa, y 1 % en la altura calculada para los niveles bariométricos; y en el 95 % de todos los casos resultan inferiores al doble de estos valores. Los sondeos comparativos de Oklahoma dieron resultados muy similares respecto a temperatura y altura, mientras que acusaron una mejora en cuanto a la humedad del aire. Asimismo, de estas y otras comparaciones resulta que la inexactitud en la determinación de la presión en la atmósfera libre tiene el orden de magnitud de  $\pm 5$  mb (excepción hecha de un tipo de radiosonda cuya barometría dió mayor variación). Pero para interpretar correctamente las consecuencias de este valor, debe tenerse presente que tal inexactitud influye rela-

tivamente poco en la determinación de la altura de los niveles bariométricos, ya que ésta se basa en la presión en superficie, medida con mucho mayor exactitud, y en la temperatura media virtual de la capa respectiva, para la cual un error constante en 5 mb significa, más o menos, un error de 0,5° C y 0,2 % de la altura calculada. En cambio, la determinación de la altura de puntos singulares, por ejemplo de la altura de una inversión, sufre mucho por tal error de la barometría (400 m en 16 km de altura).

A primera vista causarían sorpresa los resultados de tales comparaciones, en virtud de la exactitud mucho mayor lograda en otros sectores de la técnica instrumental, si se tiene vivo recuerdo de los 25 años de trabajo apasionado que lleva insumidos el desarrollo de los radiosondas, y la cuantía de los millones ya gastados. Pero la prudencia científica obliga a no criticar injustamente, sino más bien a meditar en el gran número y la diversidad de las fuentes de error, que, en conjunto, traban la solución definitiva del problema de la exactitud.

En base a las exposiciones de Malet (<sup>14</sup>) y de Lugeon y Ackermann (<sup>2</sup>), éstas serían:

1. Imperfección técnica de los órganos sensibles y del aparato electrónico.
2. Imperfección de la compensación térmica de las cápsulas del aneróide y de la pertinente corrección de las mediciones de la presión.
3. Los efectos de la radiación sobre termómetros y barómetros.
4. La inercia de los elementos termométricos e higrométricos.
5. La diversidad e imperfección de los procedimientos de calibración.
6. La variación temporal de las curvas de calibración.
7. La imperfección de los contrastes necesarios antes de lanzarse el radiosonda.
8. Los golpes sufridos por los radiosondas en el momento del despegue y durante el vuelo en capas de pronunciada turbulencia.
9. La posible negligencia y los eventuales errores cometidos por el personal de las estaciones de radiosondas, también en ocasión de la evaluación de los datos transmitidos y los cálculos ulteriores.

Al entrar en un breve examen de estos nueve puntos, podemos comprobar que la técnica electrónica ha avanzado mucho durante el último decenio, y que el centro de gravedad de los problemas en cuanto a los radiosondas se ha desplazado enteramente al sector meteorológico instrumental. Todos los especialistas coinciden en el juicio de que los puntos 2 y 3, el último sobre todo en la estratosfera, presentan los problemas de mayor importancia. Sirva

para ilustrar la situación el hecho de que para un nuevo tipo del radiosonda alemán se ha determinado la diferencia entre la temperatura del barómetro y la del aire, en relación con la altura del sol y la presión absoluta, para obtener así valores apropiados de corrección de la presión (<sup>6</sup>). Con respecto a la inercia del elemento termométrico (<sup>5</sup>), podría pensarse que el empleo de termómetros de resistencia salvara de todas las posibles dificultades. Por esto, llama la atención el hecho de que son muy pocos los tipos de radiosondas equipados con termómetros eléctricos. De un comentario sobre los distintos tipos de sondas, compuesto en el año 1945 (<sup>24</sup>), y de otras publicaciones posteriores (<sup>2, 4, 7, 8, 10, 25</sup>) tomamos nota de que entre 22 modelos, 18 usan las láminas bimetalicas, y sólo 4 los dispositivos del tipo « resistor » o « termistor ». Sin embargo, entre estos cuatro encontramos la construcción conocida de Diamond-Hinman y otra norteamericana, AN/AMT (<sup>2</sup>), mediante la cual se obtuvieron datos interesantísimos, hasta alturas de 40 km (<sup>25</sup>), comentados por el suscriptor, en *Meteoros*, año III, N° 1, página 113. Parece muy probable que, en el desarrollo futuro, el termómetro eléctrico se impondrá también en algunos otros tipos. Con respecto a la higrometría, podemos comprobar que de los 22 sondas mencionados, 12 aprovechan el cabello higrométrico, 3 la película de bathojo (membrana de joyería), 2 un psicrómetro (en la actualidad, ninguno de los dos se usa en servicios permanentes) y 1 un higrómetro eléctrico (resistor de cloruro de litio (<sup>21</sup>)), faltando los datos para 4 modelos. Según las experiencias más recientes parece que este último y un higrómetro de cabellos especialmente preparados (<sup>6, 18</sup>) pueden estimarse como los más apropiados para las finalidades aerológicas. Acerca del punto 6 encontramos exposiciones detalladas en (<sup>1</sup>); es obvio que esta fuente de errores mantiene cierta importancia en aquellos países donde resulta difícil conseguir materiales de mejor comportamiento, en particular para las cápsulas barométricas. Con referencia a 8 debe interesarnos el juicio final de Malet en un trabajo recién aparecido (<sup>12</sup>): « En la actualidad, la causa primordial (de la gran dispersión de los datos obtenidos por sondeos gemelos) nos parece que son los choques (al lanzarse los radiosondas) que tornan caducos los contrastes efectuados en superficie y modifican ligeramente la validez de las curvas de calibración ».

Finalmente, al considerar la última de las fuentes de error antes mencionadas, no ha de perderse de vista que los sondeos internacionales comparativos de Payerne, y asimismo los demás experimentos, se

han realizado, con toda probabilidad, en un ambiente favorable, por personal altamente calificado y con la atención que exigen concursos de esta índole, condiciones que por cierto no suelen darse siempre en el sondeo rutinario, o en el efectuado desde buques en alta mar, en regiones polares, etc. La categoría de las fuentes documentales nos lleva, en consecuencia, a inferir que los resultados habidos representan el aspecto más favorable de la situación en su totalidad, y a afirmar que los primeros 25 años de investigaciones dejan todavía un vasto campo para la sana y entusiasta preocupación de los científicos y técnicos. — W. SCHWERDTFEGGER.

## REFERENCIAS

1. BEELITZ, P. — « Aerologisch-synoptische Kritik an den Radiosonde-Aufstiegen im Gebiet der Deutschen Demokratischen Republik ». *Abhandlungen des Met. und Hydr. Dienstes der D. D. R.*, Band III, N° 17, 1953.
2. BRASEFIELD, C. J. — « Measurement of air temperature in the presence of solar radiation ». *Journal of Meteorology*, Vol. V, n° 4, 1948.
3. DUNMORE, F. W. — « An electric hygrometer and its application to Radiometeorology ». *Bulletin Am. Met. Soc.*, Tomo 19, n° 6, 1938.
4. FERENC, M. — « Instruments and Techniques for Meteorological Measurements ». *Compendium of Meteorology*, 1207-1922, 1951.
5. HINZPETER, M. — « Warmübergang bei Bimetallthermometern ». *Annalen der Meteorologie*, Band IV, Heft —16, 1951.
6. HINZPETER, M. — « Eine neue Radiosonde, Weiterentwicklung der Wettersonde nach Gray ». *Annalen der Meteorologie*, Band IV, Heft 7-9, 1951.
7. ISONO y HUZIWARA. — « An improved radiosonde ». *The Geophysical Magazine*, Vol. XXI, N° 2, Tokyo, 1950.
8. LANDER, A. J. — « The british radiosonde ». *Weather*, Vol. 1, N° 1, 1946.
9. LUGEON y ACKERMANN. — « Bréviaire des erreurs de radiosondage ». *Annales de la Station Centrale Suisse de Météorologie*, 1948/49.
10. LUGEON, ACKERMANN y BOHNENBLUST. — « La radiosonde suisse ». *Annales de la Station Centrale Suisse de Météorologie*, 1948/49.
11. MALET, L. — « Précision des sondages aérologiques ». *Institut Royal Météorologique de Belgique*, *Memoires*, Vol. XLVW, 1951.
12. MALET, L. — « Comparaison des radiosondes du type « Kew M. K. II » par la méthode des éléments jumelés ». *Institut Royal Météorologique de Belgique*, *Publications*, N° 1, 1952.
13. MALET, L. — « Etude de l'homogénéité des données aérologiques dans une partie du réseau de L'Ouest de l'Europe ». *Ibidem*, N° 7, 1955.
14. MALET, L. — « Rapport succinct sur diverses expériences de comparaison de radiosondes ». *Organización Meteorológica Mundial*, *Comisión de Aerología*, documentos preparados para la Sesión de Toronto, N° 45, 1953.
15. MULLER, H. — « Die internationalen Radiosonde-Vergleichsaufstiege in Payerne ». *Mitteilungen der Deutschen Wetterdienstes i. d. US-Zone*, N° 12, 1951.
16. NYBERG, A. — « On the comparison of radiosonde data in Payerne, May 1950 ». *Sveiger Met. och Hydr. Inst., Meddelanden*, Serie B, N° 9, 1952.
17. ORGANIZACIÓN METEOROLÓGICA INTERNACIONAL, SUBCOMISIÓN MIXTA DE AEROLÓGIA EXPERIMENTAL. — « Comparaison mondiale des Radiosondes, Payerne 1950, Acta final », 1951.
18. ORGANIZACIÓN METEOROLÓGICA MUNDIAL. — « Guía del Instrumental Meteorológico Internacional y Práctica Observacional, Capítulo 13, Observaciones con radiosonda », párrafo 5. Ginebra, 1952.
19. PAINTER, H. E. — « International Radiosonde Trials ». *Weather*, Vol. V, N° 9, 1950.
20. PERLAT, A. — « La comparaison internationale des radiosondes, Payerne, 1950 ». *Journal Scientifique de la Meteorologie*, 3e. année, N° 12, 1951.
21. RAAB y RODSKJER. — « A study of the accuracy of measurements of the Väisälä-Radiosonde ». *Arkiv for Geofysik*, Tomo I, N° 2, Stockholm, 1950.
22. ROSSI, V. — « On the accuracy of the Finnish radiosonde ». *Geophysics*, Vol. 4, N° 2, Helsinki, 1952.
23. SCHERUAG, R. — « Die explosionsartigen Stratosphärenwärmungen des Spätwinters 1951/52 ». *Berichte des Deutschen Wetterdienstes in der US Zone*, N° 38, 1952.
24. SCHULZE, R. — « Zum Einsatz der Radiosonde in der Meteorologie. I. Mitt. » *Annalen der Meteorologie*, I. Beiheft, Hamburgo, 1950.
25. SITTEL, K., y MENZER, E. — « An improved fully electric radiosonde ». *Bulletin of the Am. Met. Soc.*, Vol. 31, N° 9, 1950.

CRÓNICA

**Acto de incorporación de profesores de meteorología en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, y solemne apertura del ciclo lectivo**

El acto, ampliamente difundido por la prensa local y presidido por el Interventor Delegado en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, doctor Alberto Gracia, se realizó en la mañana del 30 de abril, con la presencia del General de Brigada Carlos A. Levene, en representación de S. E. el señor Ministro de Ejército; el Almirante Guillermo Brown, en representación de S. E. el señor Ministro de Marina; el Brigadier César A. Guasco, en representación de S. E. el señor Ministro de Aeronáutica; el Ingeniero Silvio A. Tosello, en representación de S. E. el señor Ministro de Asuntos Técnicos; el Doctor Fernando Spagnuolo, en representación de S. E. el señor Ministro de Educación; el Cap. de Fragata (R) Carlos Núñez Monasterio, Presidente del Consejo Técnico de Meteorología; y el Doctor Juan C. de Arizabala, en representación del Rector de la Universidad de Buenos Aires. Asistían, asimismo, especialmente invitados, autoridades universitarias, profesores y alumnos.

## PALABRAS DEL INTERVENTOR DELEGADO

Colmada la capacidad del recinto, y acallados los aplausos que suscitó la ejecución del Himno Nacional, el Interventor Delegado, doctor Alberto Gracia, solicitó a los presentes un minuto de silencio en homenaje a la memoria de la Jefa Espiritual de la Nación y Protectora de la Universidad argentina, señora Eva Perón.

Cumplido el significativo tributo, siguió en el uso de la palabra el doctor Gracia para agradecer, en primer término, la alta presencia de las personalidades concurrentes, y sintetizar la importancia que las directivas del Excmo. señor Presidente de la Nación, General Perón, tenían para el impulso y perfeccionamiento de la cultura universitaria argentina.

Señaló que las notorias limitaciones de carácter edilicio impedían dar al acto la solemne amplitud ambiental de los grandes sucesos académicos, pero que dentro del sencillo marco que ofrecían el despacho del Decano y la Sala de Sesiones del Consejo, el espíritu cobraba vuelo para expresar en toda su significación el calor y entusiasmo con que autoridades, profesores, alumnos y personal de la Casa recibían

en el seno universitario a los nuevos profesores.

Destacó, asimismo, que el Decreto por el cual el Superior Gobierno de la Nación establecía la separación de las dos Facultades señala la necesidad de dedicar esta Facultad primordialmente a la investigación técnico-científica, circunstancia tenida en cuenta en la reunión de Decanos, bajo las directivas de S. E. el señor Ministro de Educación, al estructurar los planes de estudio. Y así, no sólo se dividían algunas carreras en el afán de lograr una mayor profundización científica, sino que se daba nacimiento al plan de alta especialización que entraña el programa de Meteorología.

Luego de agradecer el generoso y patriótico apoyo con que los ministerios de Ejército, Marina, Aeronáutica y Asuntos Técnicos contribuían, concurrentemente con el de Educación, al sostén económico de la carrera, pasó el doctor Gracia a hacer entrega de los nombramientos de profesores.

## ENTREGA DE NOMBRAMIENTOS

Recibieron así el diploma para sus respectivas cátedras los profesionales especia-

lizados: Ingeniero Roberto J. Broqué, climatología; Prof. José E. Núñez, meteorología dinámica, 1er. curso; Teniente Coronel Manuel J. Olascoaga, instrumentos y métodos de observación; Ingeniero Enrique L. Samatán, mecánica de los flúidos; Ingeniero Héctor L. Schinelli, meteorología dinámica, 2º curso; Capitán de Corbeta Jorge A. Boffi, meteorología sinóptica, 1er. curso; Teniente de Navío Juan J. Brignoni, física de la atmósfera; Prof. Héctor N. Grandoso, meteorología sinóptica, 2º curso; Doctor Otto Schneider, geofísica general; Capitán de Navío Rodolfo Panzarini, oceanografía física; e Ingeniero Alberto R. Martínez, laboratorio meteorológico.

#### APERTURA DEL CICLO DE 1953

Finalizada la entrega de nombramientos, el Interventor Delegado declaró solemnemente iniciados los cursos del año lectivo de 1953.

#### PALABRAS DEL PRESIDENTE DEL CONSEJO TÉCNICO DE METEOROLOGÍA

Acto seguido usó de la palabra el Capitán de Fragata (R) Carlos Núñez Monasterio, Director General del Servicio Meteorológico Nacional y Presidente del Consejo Técnico de Meteorología, quien, en este último carácter, expresó:

« Es éste un acto de indudable trascendencia. Para la Argentina a la par que para las naciones sudamericanas. Y si miramos al bien común internacional, también podemos decir que es trascendente para aquellos países que mantienen vinculación aérea y marítima, y de intercambio económico, con nuestra República.

« Es por excelencia, asimismo, un acto cuyas perspectivas encuadran dentro de los lineamientos del Segundo Plan Quinquenal.

« La carrera del Doctorado en Ciencias Meteorológicas que hoy se inicia con carácter oficial y nivel universitario esperaba, en efecto, como otros tantos ideales, que se concretara en la dinámica de una realización oportuna. Y la hora ha llegado.

« En verdad, el General Perón ya había apoyado la base de esta obra al firmar, en 1948, el decreto por el cual se creaba la Escuela Superior de Meteorología de la Nación, dependiente del Servicio Meteorológico Nacional, habilitada para dictar la Licenciatura en Meteorología, la cual ya ha producido los frutos previstos. Pero éste es un paso nuevo, más decidido, más elevado. Transporta al ordenamiento docente y jurídico de la Universidad las aspiraciones de una nación que progresa con la ciencia y la técnica, como es la nuestra,

y concreta, por otra parte, con la amplitud debida, las necesidades en su hora enunciadas por la Organización Meteorológica Internacional (OMI), hoy Organización Meteorológica Mundial (OMM), en cuyo seno se estableció, en la Resolución 17ª, firmada en Londres en 1946, que dentro de cada región continental un país debía tomar a su cargo la implantación de cursos especializados para la ciencia meteorológica.

« Ese país, merced a las directivas de S. E. el señor Ministro de Asuntos Técnicos, Doctor Raúl A. Mendé, es hoy la Argentina. Y el gestor de esta primera etapa universitaria lo fué el Consejo Técnico de Meteorología, organismo en el que actúan los intereses generales del Servicio Meteorológico Nacional, dependiente del Ministerio de Asuntos Técnicos, y los privados de nuestras Fuerzas Armadas —a través de los Ministerios de Ejército, de Marina y de Aeronáutica— con vistas a la seguridad y progreso de la Patria y a la eficaz colaboración operativa y científica internacional. El Consejo Técnico, con el auspicio y apoyo material de sus respectivos Ministerios, y la clara comprensión del titular de la cartera de Educación y de las autoridades de la Universidad de Buenos Aires y de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, se abocó al estudio del problema, e interpretando la consigna de eficacia que el General Perón quiere para cada acto de gobierno y de carácter administrativo, dió al país la solución aparentemente más adecuada para los tiempos nuevos: la creación del Doctorado en Ciencias Meteorológicas.

« Esta carrera no sólo contempla la alta especulación científica, imprescindible para que no retrocedamos en los futuros años frente al avance vanguardista de otras naciones, sino que dedica paralelamente largos años al estudio práctico de la Meteorología, practicidad inteligente que llega al extremo de aportar, junto a las experiencias de gabinete y de laboratorio de la Universidad, el material documentológico diariamente recogido en el inmenso laboratorio que supone la red de estaciones del Servicio Meteorológico Nacional y la de los Servicios especializados de las Fuerzas Armadas, ámbito donde se registran sin interrupción las variaciones atmosféricas y geofísicas en todo lo largo y ancho del territorio, incluyendo —afirmémoslo hoy como ayer— el extenso mar epicontinental y el sector argentino de la Antártida.

« El programa de estudios preparará, así, a hombres que no sólo conozcan la teoría, sino que sepan hacer, realizar. Desarrollará valores humanos que ofrezcan verdaderos servicios al pueblo.

« Del ambiente nacional, en efecto, surgirán vocaciones, cada año más numerosas, para esta carrera. Y a tales auténticas vocaciones argentinas se unirán las de jóvenes de otros países de América.

« De ahí que hayamos dicho que el acto de hoy es trascendente. Sus beneficios se verán a corto y a largo plazo.

« Pondrá a prueba este curso de cinco años la capacidad y la responsabilidad del alumnado, destacará las virtudes docentes de los señores profesores, y señalará con relieve propio la sabia prudencia de conducción de las autoridades de esta prestigiosa Casa, honra de nuestra tradición de país culto y científicamente progresista. Todo ello para beneficio del ideal por el cual trabajan las autoridades de nuestro Gobierno con el estímulo constante y la dirección efectiva del Excmo. señor Presidente de la República, y con el recuerdo vivo de su esposa y compañera de obra social, la señora Eva Perón, de imperecedera memoria.

« Señor Interventor Delegado: Habéis dicho cuánto honor y cuánta responsabilidad supone para esta Casa el dictar la enseñanza de ciencias tan complejas y deci-

sivas para la vida civil y militar como son las meteorológicas y geofísicas. En mi carácter de Presidente del Consejo Técnico de Meteorología os anticipo que un núcleo muy calificado del personal de los Servicios Meteorológicos —lo que podríamos llamar auténticas vocaciones— asistirá a estos cursos. Yo os lo dejo bajo vuestra paternal potestad universitaria.

« Señores profesores: El Consejo Técnico de Meteorología confía a vuestra alta capacidad profesional y docente la preparación de este selecto núcleo, del cual se espera el máximo esfuerzo y el mayor rendimiento para el bien de cada uno y el bien común internacional de la ciencia de la atmósfera y de las ciencias afines, pero, en primer término y sobre todo, para el bien común de nuestra querida y pujante Nación Argentina. »

La concurrencia otorgó cálida recepción a las palabras del Interventor Delegado en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, y a las que en su momento pronunció el Presidente del Consejo Técnico de Meteorología, manifestando su adhesión en el aplauso con que subrayó el final y numerosos de sus pasajes.

## ACTUALIDADES

**Primera Reunión de la Asociación Regional III de la O. M. M.** — Para tratar un amplio temario de interés nacional, regional e internacional, se reunirán en Río de Janeiro los organismos integrantes de la Regional III, desde el 15 al 25 de septiembre de 1955. La Argentina concurrirá con una delegación técnica presidida por el Director General del Servicio Meteorológico Nacional.

**Entrega de distinciones a colaboradores marítimos.** — En la tarde del 31 de agosto último se realizó a bordo del « Río Santiago » la entrega de las distinciones con que el Servicio Meteorológico Nacional acostumbra premiar anualmente a los buques y a los hombres de mar que se distinguen por su idoneidad y comportamiento en la toma cotidiana de datos meteorológicos y en su transmisión radiotelegráfica a la central de pronósticos. A la significativa ceremonia en que habrían de ponerse de manifiesto los méritos de quienes contribuyen a proteger la vida humana en el mar asistieron autoridades, altos funcionarios y delegados de las entidades que apoyan y realizan esta importante actividad. Hallábase así presentes miembros del Ministerio de Asuntos Técnicos, Servicio Meteorológico Nacional, Comisión Coordinadora y Asesora de Meteorología Náutica, Liga Naval Argentina, Compañías armadoras oficiales y de capital privado, Correos y Telecomunicaciones, Prefectura Nacional Marítima y Asociación Marítima Argentina, además del capitán y la oficialidad del « Río Santiago ».

Al tomar la palabra, el Director General del Servicio Meteorológico Nacional, Capitán de Fragata (R.) Carlos Núñez Monasterio, destacó la gravitación que el comportamiento ejemplar de los buques y del personal especializado en funciones meteorológicas tenía dentro de la tradición del organismo a su cargo y en las perspectivas actuales del Segundo Plan Quinquenal, que se desarrolla bajo la conducción del Excmo. señor Presidente de la República, General Perón, y el recuerdo siempre vivo de Eva Perón. Afirmó así que « nada hay en lo operativo, en lo téc-

nico, en lo científico que no pueda contener una nota espiritual de profundo sentido patriótico y a la par de trascendencia universalista y humanitaria ».

Después de recordar al Capitán Maury como el precursor de la Organización Meteorológica Internacional hace una centuria, y al mensaje radiotelegráfico irradiado desde el « Tunician » el 4 de agosto de 1904 como la iniciación de una era de conocimiento sistemático de las condiciones atmosféricas oceánicas y un punto de apoyo para la ulterior meteorología sinóptica, tuvo expresiones de encomio para la labor de estímulo que cumple la Comisión Coordinadora y Asesora de Meteorología Náutica y para la actividad de la Intendencia de Meteorología Marítima así como para otras dependencias del Servicio Meteorológico Nacional específicamente vinculadas al pronóstico marítimo.

« Paso a paso — dijo el Capitán Núñez Monasterio — hemos llegado a ser lo que somos: un organismo de larga historia y de gran *responsabilidad*, de actividad presente y de un porvenir operativa y científicamente apasionante ».

Al dejar expuesta en la Sala de Pasaje del « Río Santiago » la placa de bronce que lo acredita como el buque colaborador meteorológico ejemplar de 1952, afirmó que « distinguir a un buque implica una distinción para cada uno de los hombres que lo tripulan, y en general, para toda la organización jerárquica — privada o pública — de la que el buque forma parte como elemento instrumental », fundándose en el hecho de que de poco serviría el mejor de los navíos sin el contralor de la inteligencia, la voluntad y la libertad humanas puestas bajo el comando de la disciplina y al amparo de las más altas leyes de la Ética.

Acto seguido, el Oficial de Cubierta Marcelo Dandois y el Oficial Radiotelegrafista Jorge A. Jazmín recibieron las medallas de oro que les fueron conferidas en mérito a su ejemplar comportamiento como colaboradores meteorológicos en 1952.

El Capitán de Ultramar Jorge Otto Holtz agradeció la distinción conferida a su buque, el « Río Santiago », y análogas pala-

bras pronunciaron al recibir sus medallas el Oficial de Cubierta Dandois, en nombre propio, y el Capitán de Ultramar Adolfo Cánepa, de la Flota de la Shell Mex, en nombre del Oficial Radiotelegrafista Jazmín, que no pudo hacerse presente en el acto.

Al finalizar la ceremonia la concurrencia fué agasajada con un vino de honor por las autoridades de a bordo.

**Asistencia a reuniones técnicas en Francia y Yugoslavia.** — Autorizado por Decreto del Superior Gobierno de la Nación se ausentó el 8 de septiembre para Europa el Ing. Agr. Juan Jacinto Burgos, quien, en su carácter de Presidente de la Comisión Técnica de Meteorología de la Organización Meteorológica Mundial asistirá a las reuniones de la especialidad a celebrarse en París en el período del 3 al 20 de noviembre próximo.

En el ínterin, autorizado por el mismo Decreto, el Ing. Burgos se trasladará a la República de Yugoslavia para prestar asesoramiento científico a petición de la Organización Meteorológica Mundial, en cumplimiento del Plan de Asistencia Técnica de las Naciones Unidas, y a requerimiento expreso del Servicio Hidrometeorológico de dicha República.

**Amplitud actual de las relaciones de la Unión Geodésica y Geofísica Internacional con otras instituciones mundiales.** — Las múltiples relaciones que ligan a las diferentes ciencias tanto en sus aspectos teóricos como aplicativos indujeron a los organismos internacionales específicos a establecer una máxima colaboración y coordinación para provecho mutuo de las distintas ramas del saber. Las ciencias de la tierra, de su atmósfera e hidrosfera necesitan muy especialmente de esta compleja coordinación, para lo cual cuentan, como es sabido, con la Unión Geodésica y Geofísica Internacional. La estructura de la misma, involucrando una subdivisión interna en siete asociaciones especializadas (Geodesia, Sismología del Interior de la Tierra, Meteorología, Magnetismo y Electricidad Terrestres, Oceanografía Física, Vulcanología e Hidrología) y los lazos externos que la unen con otros organismos técnicos y políticos, fueron objeto de un ilustrativo resumen publicado en el Boletín Informativo de la mencionada entidad (*Bulletin d'Information de l'U. G. G. I.*; *I. U. G. G. News Letter*; año II, N° 1, enero 1953).

La Unión Geodésica y Geofísica Internacional, según esta información, es una

de las diez uniones científicas internacionales que constituyen el Consejo Internacional de Uniones Científicas, integrado por las ramas de Astronomía, Geodesia y Geofísica, Química, Ciencias Radioléctricas, Física Pura y Aplicada, Geografía, Biología, Cristalografía, Mecánica e Historia. El Consejo Internacional de Uniones Científicas, a su vez, está adherido a la Organización Educativa, Científica y Cultural de las Naciones Unidas (UNESCO). Esta, por último, es una de las tantas Agencias Especializadas de las Naciones Unidas, al igual que la Organización Internacional de Aviación Civil, la Organización Mundial de Salud, la Unión Postal Universal, la Unión Internacional de Telecomunicaciones, y la Organización Meteorológica Mundial, para citar sólo algunas de ellas.

Una de las formas de lograr las finalidades que animan a la Unión Geodésica y Geofísica Internacional consiste en mantener comités conjuntos entre sus Asociaciones especializadas, tales como el de la Alta Atmósfera, integrado por representantes de la Asociación de Meteorología y la de Magnetismo y Electricidad Terrestres. A su vez, la Unión, como entidad, se vincula de manera análoga con otras Uniones hermanas, verbigracia, con la Unión Radiocientífica Internacional, para tratar temas referentes a la ionosfera y a su comportamiento frente a las influencias solares y cósmicas en general.

**Tercer Año Geofísico Internacional (1957-58).** — Ante la invitación formulada oportunamente por la UGGI, el Comité Ejecutivo de la OMM decidió, por su resolución 33, que el organismo mundial prestara su concurso, desde el punto de vista meteorológico, a las distintas organizaciones participantes en el Tercer Año Geofísico Internacional. Estableció que el programa meteorológico debía contemplar el estudio de uno o varios problemas determinados, susceptibles de ser resueltos en un futuro próximo, más bien que la acumulación de datos de orden general, y se invitó a los países miembros a formular opiniones y críticas con antelación a la preparación del programa definitivo.

El Servicio Meteorológico de nuestro país ha aceptado contribuir a este objetivo en la medida de sus posibilidades, y se ha expedido ya en lo concerniente al problema aerológico, señalando que podrá resultar muy útil — además del previsto corte meridional a lo largo del meridiano de 15° E — establecer un corte zonal hemisférico, entre los paralelos 30 y 40° S, aproximadamente.

En estas latitudes se encuentran algunas islas —Amsterdam, Juan Fernández, Tristán de Cunha— que podrían completar favorablemente los sondeos a efectuar sobre los tres continentes. Siempre que los sondeos del corte zonal sean de temperatura y viento, podrán esperarse conocimientos nuevos e importantes.

El Servicio Meteorológico Nacional espera poder poner en funciones, dentro de los próximos años, una cadena de estaciones RT y RW sobre territorio argentino, inclusive el sector Antártico, de tal manera que resulte eficaz para los fines de investigación científica que interesan al Tercer Año proyectado.

Por su parte, conforme al punto 28 de la agenda provisoria, los miembros de la Asociación Regional III de la OMM tratarán el tema en septiembre próximo.

**Microrreportaje sobre las condiciones atmosféricas y pronósticos.** — Con este título el Servicio Meteorológico Nacional

presenta por LR3-TV, la primera televisora argentina, todos los viernes y sábados, entre las 22,15 y 22,30 hs., aproximadamente, una exposición a cargo de los meteorólogos pronosticadores del Departamento de Pronósticos de la Repartición. La audición se inicia con un comentario sobre el estado del tiempo en todo el país referido a las 20,00 hs. del día, mostrándose la carta sinóptica correspondiente ya analizada y destacándose en ella los puntos más salientes. Luego se pasa a tratar el pronóstico del tiempo para el día próximo, dando ello lugar a un comentario sencillo y ameno vinculado a las actividades sobre las que influye el factor meteorológico climático.

La novedad que en Buenos Aires constituyen estos microrreportajes a una fuente a su vez tan densa en novedades como es la Atmósfera, repercute en el interés que despiertan los programas actuales de televisión, con lo cual la Argentina viene a sumarse a los países que en Europa y en Estados Unidos ofrecen este servicio.

## RESEÑAS BIBLIOGRÁFICAS

### LIBROS Y FASCICULOS

**Smithsonian Institution.** — *Smithsonian Meteorological Tables*, 1951 (Washington), 551.501.4.

El doctor A. Guyot publicó por primera vez una selección de tablas meteorológicas en 1852 en « *Miscellaneous Collections* », editadas por el Smithsonian Institution.

Luego de sucesivas ediciones, ha aparecido ahora la 6ª edición revisada de esta obra (1951).

La edición que comentamos se ha ajustado a las recomendaciones de la Organización Meteorológica Internacional, habiendo sido consultados también distintos organismos especializados (universidades, fuerzas armadas, etc.). Cada capítulo va precedido por explicaciones, fuentes consultadas, métodos de cálculo y referencias. No se incluyen códigos, símbolos ni datos climáticos.

Las tablas incluidas se han dividido en diferentes secciones que comprenden: I. Conversión; II. Viento y dinámicas; III. Barométricas e hipsométricas; IV. Geopotencial y aerológicas; V. Atmósfera standard y altimétricas; VI. Termodinámicas; VII. Higrométricas y psicométricas; VIII. Propiedades físicas del aire; IX. Propiedades del agua y del hielo; X. Radiación y visibilidad; y XI. Geodésicas y astronómicas. — R. M. Q.

**Schnelle, F.** — *Einführung in die Probleme der Agrarmeteorologie*. (Introducción a los problemas de Meteorología Agrícola). 1948 (Stuttgart). 551.586: 65.

Iniciación a los problemas agrometeorológicos, pero no en sentido de divulgación teórica o superficial, como podría hacer suponer la modestia de su título.

Por el contrario, el autor, con claro y preciso lenguaje, considera las realidades y necesidades actuales que demandan el aprovechamiento inmediato de las experiencias climato-biológicas, edáficas y agrícolas para elevar las cosechas en Alemania de posguerra, abocada al grave problema de « asegurar la nutrición de su pueblo ». Ello exige una forma racional y planificada de encarar cada uno de los problemas agrícolas, sin dejar en lo posible nada al azar, problemas que va presentando en un enfoque actualizado, del punto de vista utili-

tario humano. Así, contempla los últimos resultados y experiencias sobre clima de las capas próximas al suelo, yarovización y fotoperiodismo, todo ello en relación con rendimiento. Para las adversidades meteorológicas va desarrollando una síntesis de los métodos de lucha y protección. También proyecta con claridad los temas de fito y zoopatología, clima de establo, mecánica agrícola; pronóstico y refranero meteorológico; métodos agrometeorológicos; servicio de pronóstico y de consulta, etc. Mención aparte merece el capítulo de Política Agraria, con su plan y orientación que contemplan una óptima utilización de las condiciones climáticas naturales de cada región agrícola, dentro de una economía climática que determine los límites naturales de los cultivos y el control de los perjuicios meteorológicos en las plantas por los métodos conjuntos de lucha y protección, sin omitir tampoco la genética selectiva. Termina este capítulo con el significativo refrán: « Toda violación de la naturaleza tarde o temprano se paga amargamente, mas la consideración sensata de las condiciones naturales aportará espléndida recompensa ». — M. C.

**Stamp, L. D.** — *Land for Tomorrow*. 1952 (New York), 91 (0): 30.

El aumento de la población y la disminución de áreas sembradas hacen pavoroso el problema de la alimentación, no sólo para el futuro sino también en la actualidad para ciertas regiones superpobladas. El autor, después de haber viajado mucho y recogido enseñanzas aun de los pueblos primitivos, expone la forma en que el suelo debe explotarse para ser más productivo, cómo hacer aprovechables regiones montañosas, etc., de tal modo que si ello se consiguiera, sobrarían alimentos en el futuro. — N. Z. G.

### REVISTAS

*Rivista di Meteorologia Aeronautica*, año 12, No 1, marzo 1952 (Roma).

**Roberti, R.** — « Capannina per pluviografo », 551.508.77.

Para contrarrestar el efecto pernicioso del hielo o nieve que se adhiere a un pluviógrafo, el autor propone un sistema de

calefacción eléctrica del mismo, y en caso de no disponer de dicho fluido, sugiere que sea reemplazado por una lámpara de petróleo común, oportunamente ventilada. Se da una descripción de las adaptaciones propuestas y se exhibe una fotografía de un prototipo. — M. G. O. 

*Transactions American Geophysical Union*, Washington, diciembre 1951, Vol. 32, N° 6.

Brooks, F. A. y Kelly, C. F. — *Instrumentation microclimatological factors*. 551.584.1.

Los autores dan un plan detallado de las mediciones necesarias para trabajos microclimáticos. Destacan, ante todo, la necesidad de una clasificación diaria del estado del tiempo, según la acromasa, que relacionan con la nubosidad y su marcha diaria, la amplitud diaria de la temperatura en porcentaje de la amplitud media mensual, y la diferencia psicrométrica a mediodía.

Se introduce un sistema de nueve tipos del estado del tiempo que satisfacen en general, y necesitan sólo una columna de una ficha de estadística mecánica. Además, describen, en forma extensa, todo el instrumental necesario, y el mejor modo de ubicarlo, y mencionan la conveniencia de estaciones automáticas. Finalmente, hacen proposiciones para un instrumental mínimo standard para estaciones agrometeorológicas. Enumeran los siete elementos más importantes y proponen la medición horaria de 20 valores diferentes de ellos, en forma de registros eléctricos.

Aparte de esas observaciones, es necesario conocer los valores de la estación macroclimática más cercana. Termina el trabajo con algunos ejemplos que demuestran la utilidad del instrumental propuesto y su forma de registro. En un caso especial, está discutido el balance térmico entre la radiación solar y celeste y el suelo. — F. J. P.

*Publications (Weather Bureau)*, N° 17, junio 1952 (Pretoria).

Schuman, T. E. W., y Var Rooy, M. P. — «The auto-correlation of daily sea-level pressure over the northern hemisphere», 551.543.6 (26).

Se presentan cálculos de autocorrelación de la presión, en períodos de uno o más días, por medio de cartas y tablas, para verano e invierno. Se deduce que la autocorrelación está vinculada en invierno con la velocidad media del flujo del aire superior, mientras que en verano no se observa esa dependencia. Los coeficientes de correlación en ciertas áreas están conside-

rablemente influidos por la variación secular de la presión, pero no se modifica el esquema general del campo de correlación. — R. M. Q.

*Meddelanden, Sveriges Meteor. of Hydrol. Institut.*, Serie B, N° 9 (Estocolmo), 1951.

Nyberg, A. — «On the comparison of radiosonde data in Payerne, may 1950», 551.506.7 (485).

Utilizando un distinto método de cómputo, el autor analiza los resultados obtenidos en Payerne, y demuestra que hay diferencias sistemáticas considerables entre las indicaciones de los distintos tipos de radiosondas, alcanzando éstas en gran altura 17 mb de presión y 1,8° de temperatura. Los errores en altura de niveles standard resultan hasta 30 metros en 300 mb y 60 metros en 200 mb. Para un radiosonda la desviación media standard en el nivel de 500 mb es de 6 mb, 0,6° y 18 metros, respectivamente. El problema se complica porque algunos servicios meteorológicos aplican la corrección por radiación y otros no; resultan varias dificultades para comparar datos y confeccionar mapas de altura. — S. T. K.

*Berichte der Deutschen Wetterdienstes in der U. S.-Zone*, N° 39, 1952 (Bad Kissingen).

Schnelle, F. y Uhlig, S. — «Beiträge zur Phanologie Deutschlands. I. Karten des phanologischen Jahresablaufs der Einzeljahre 1936 bis 1944». (Contribuciones a la Fenología Alemana. I. Cartas del curso anual fenológico de cada uno de los años desde 1936 hasta 1944-54 cartas fenológicas). 551.586.8.

Antecedentes, presentación y elaboración de 54 cartas fenológicas, cuya publicación se viera interrumpida desde 1936 a 1944 en el Servicio Meteorológico Alemán por la guerra. La escala elegida, de 1:10 millones, permite reproducir 9 cartas en cada hoja, facilitando así su visión global y estudio comparativo. Las fases registradas en su iniciación para caracterizar el transcurso del año fenológico, desde la primavera temprana hasta pleno verano, son: a) Floración de la campanilla blanca, b) Comienzo de los trabajos rurales, c) Nacimiento de la avena, d) Floración del manzano, e) Floración del centeno de invierno, y f) Cosecha del centeno de invierno. La elaboración primaria de tales valores se desarrolla en los siguientes capítulos: II. Los datos fenológicos aislados, provenientes de regiones seleccionadas; III. Las diferencias regionales; IV. Las diferencias entre los distintos años; V. Oríge-

nes de los distintos desarrollos vegetales en las diversas regiones, y VII. La aplicación práctica de cartas fenológicas anuales. — M. C.

*Revue de Géographie Alpine*, tomo 40, fasc. 2, 1952 (Grenoble).

Estienne, P. — «Le probleme des variations climatiques en pays tempere», 551.583.

Actualmente se asiste a un paulatino aumento de temperatura en las regiones árticas y subárticas, pero el autor estima que dichas modificaciones no alcanzarán a las zonas mediterráneas.

Las causas posibles de estas modificaciones se atribuyen principalmente a las variaciones de la radiación solar y a la circulación atmosférica.

Dejándose establecido que para poder obtener seguras conclusiones sobre este tema será menester contar con el mayor número de datos concordantes que ofrezcan amplias garantías de seriedad. — M. G. O.

*Micrometeorology of the Surface Layer of the Atmosphere*. Supplement to *Interim Report* N° 10. abril-junio 1950. (Seabrook, N. J.).

Mather, J. R. — «Manual of evapotranspiration», 551.579.

Su propósito es aclarar el concepto de evapotranspiración potencial, describir los instrumentos que se han ideado para medirla, y suministrar instrucciones para la conducción y el análisis de las observaciones. Además de reunir gran parte del material ya publicado, incluye abundantes resultados inéditos y observaciones obtenidas durante tres años de trabajo en Seabrook Farms (Nueva Jersey) y otros lugares. Estas observaciones revelan, a la vez que algunas de las limitaciones del instrumental, los requisitos necesarios para obtener mediciones representativas de la evapotranspiración potencial. Este manual puede considerarse como preliminar, ya que ideas y resultados referidos en el mismo se basan, generalmente, sobre observaciones limitadas y sujetas a modificaciones, a medida que se vaya progresando en el conocimiento del tema. Ha de servir, simplemente, para familiarizar al investigador con el trabajo ya realizado y establecer algunos límites, dentro de los cuales pueda orientarse un trabajo ulterior. La uniformidad en cuanto corresponde a la instalación y operaciones se hace imprescindible para que los valores de evapotranspiración potencial, cualquiera fuera su procedencia, sean comparables entre sí. — M. C.

*Micrometeorology of the Surface Layer of the Atmosphere*. Interim Report N° 15: 11-15. 1951 (Seabrook, N. J.).

Mather, J. R. — «Design and evaluation of a modified evapotranspirometer», 551.579.

Evapotranspirómetro diseñado por el autor en colaboración con B. J. Garnier, como una modificación del ya instalado en Seabrook, en vista a la necesidad de difundir un método más sencillo y menos costoso de medir, directamente, la evapotranspiración potencial, para facilitar su difusión por todas las latitudes y los climas en las prácticas culturales. El autor ilustra y describe el nuevo modelo, presenta tablas con valores contrastados de diferentes tanques y los analiza. En el sumario y conclusiones, en base a 3 meses de observación, se muestra satisfecho de los resultados, aunque señala, también, las deficiencias y los problemas que aún se plantean, especialmente con respecto a la determinación del contenido óptimo de humedad del suelo para los tanques del evapotranspirómetro. — M. C.

*The Geophysical Magazine*, vol. 23, N° 3, marzo de 1952 (Tokyo).

Wada, H. — «Infantile paralysis and atmospheric phenomena», 551.586.16.

La vinculación entre las condiciones climáticas reinantes y la aparición en proporción alarmante de casos de parálisis infantil, se estudian en el Japón, en lugares próximos a latitud 40° N, similarmente a lo que ocurre en la América del Norte en lugares tales como Washington, Nueva York y Minesota, observándose que el mayor número de pacientes corresponde al mes en que se registra la mayor humedad y menos precipitación.

Para Nueva York, julio 1916/1936, se encontró que aquellos meses de julio en que la humedad fué mayor que la ordinaria, fué mayor el número de pacientes, y que el momento favorable para la iniciación del mal se cuando se registra el mínimo de presión atmosférica, es decir, en el pasaje de la depresión. — E. C. B.

*Meteo-Congo*. Boletín mensual del Servicio Meteorológico del Congo Belga y de Ruanda-Urundi, N° 7, julio de 1951.

Dupont, G., y Grosjean, P. V. — «Atmosphere standard provisoire pour le Congo», 551.510.4 (675).

En enero de 1951 se efectuaron simultáneamente dos series de radiosondens de ensayo, uno en Leopoldville con equipo canadiense y otro en Elizabethville con

equipo finés. Se trazaron las curvas de temperaturas medias, reales y virtuales, se calcularon las desviaciones cuadráticas de estas variables y se comentaron sus variaciones. Esas curvas medias en cada estación fueron ajustadas por un haz de tres politrópicas concurrentes, una para las temperaturas virtuales, otra para las temperaturas reales de las capas bajas y otra para las temperaturas reales de las capas elevadas. Las politrópicas de temperaturas altas y las de temperaturas virtuales parecen ser independientes entre sí, de la estación de sondeo, y del tipo de radioposonda utilizado. Por el contrario, las politrópicas de temperaturas bajas presentan una divergencia sistemática entre las dos estaciones cuyo origen debe buscarse sin duda en el efecto Lugeon. La atmósfera standard indicada debe considerarse como provisoria para el Congo.—M. G. O.

*The Meteorological Magazine*, Vol. 81, No 960, junio 1952 (Londres).

Douglas, C. M. K. — « Los pronósticos para los desembarcos del día « D », 355.1: 555.509.3.

El pronosticador en jefe del Servicio Británico de Previsión del Tiempo reseña las circunstancias en las cuales preparó los pronósticos del tiempo para los primeros desembarcos en la invasión de Francia, en 1944. El comando aliado precisaba condiciones especiales para el primer día de los desembarcos, seguidos por 10 días tranquilos. Aparte de las condiciones del tiempo debían tomarse en cuenta las mareas. Los preparativos para el informe meteorológico empezaron varios meses antes de la fecha fijada provisionalmente, y se aprovecharon las primeras observaciones de los buques fijos en el Atlántico, entonces organizados. Cada día había más conferencias telefónicas sobre los centros prin-

cipales ingleses y norteamericanos de pronóstico del tiempo. La primera coincidencia de condiciones meteorológicas y el estado del mar favorables, en mayo de 1944, pasó sin ser aprovechada por razones militares. La siguiente posible ocasión caía en los primeros días de junio y se fijó el día « D » provisoriamente el día 5 de junio.

Algunos días antes de esta fecha había condiciones favorables del tiempo, pero la noche del día 3 los pronosticadores aconsejaron posponer el desembarco por 24 horas; y, efectivamente, el tiempo empeoró considerablemente el día 4. Así se salvó la operación, tan importante para la liberación de Europa, de un posible desastre. Habiendo mejorado el tiempo el día siguiente, se fijó la fecha para el día 6 y a las horas 0415 del día 5 se tomó la decisión irrevocable de atacar en el curso de la noche del 5 al 6 de junio. Las condiciones en la mañana del día 6 fueron muy buenas, pero a la tarde empeoraron debido a un desplazamiento de una depresión en el mar del norte hacia el sur. El viento aumentó a fuerza 5 y el mar se puso grueso, poniendo en cierto peligro las ondas sucesivas de las tropas de asalto. Precisamente, gracias a este empeoramiento, se obtuvo una sorpresa táctica, porque el Alto Comando Alemán, aconsejado por su servicio meteorológico, no creía en la posibilidad de un asalto en tales condiciones.

Se debe principalmente al General Eisenhower el éxito de la operación, quien tomó la decisión, con gran coraje, frente a una situación con condiciones marginales. Si la invasión hubiera sido postergada para otro momento favorable, en los días 17 al 19 de junio, tal vez hubiera fracasado, dado el mal tiempo reinante y habiendo ya pasado el momento de la sorpresa.—S. T. K.